顿悟排列组合 80 题

【分堆(分组)与分配】

1、8 本不同的书，按照以下要求分配，各有多少种不同的分法?

(1)一堆 1 本，一堆 2 本，一堆 5 本；

(2)甲得 1 本,乙得 2 本,丙得 5 本；

(3)三人，一人 1 本，一人 2 本，一人 5 本；

(4)平均分给甲、乙、丙、丁四人；

(5)平均分成四堆；

(6)分成三堆,一堆 4 本,一堆 2 本,一堆 2 本；

(7)给三人一人 4 本，一人 2 本，一人 2 本.

2、3 名医生和 6 名护士被分配到 3 所学校为学生体检，每校分配 1 名医生和 2 名护士，不同的分配方法种数共有______

3、6 名旅客安排在 3 个房间，每个房间至少安排一名旅客，则安排方法种数共多少种？

4、把 A、B、C、D 四个小球平均分成两组，有_________种分法

5、七个人参加义务劳动，按下列方法分组有______种不同的分法

（1）分成三组，分别为 1 人、2 人、4 人；

（2）选出 5 个人再分成两组，一组 2 人，另一组 3 人.

6、四个不同的小球放入编号为 1，2，3，4 的四个盒子中，恰有一个空盒的放法有_____种.

7、5 本不同的书全部分给 4 个学生，每个学生至少一本，不同的分法种数为

（A）480　（B）240　（C）120　（D）96　（E）80

8、将 9 个(含甲、乙)平均分成三组，甲、乙分在同一组，则不同分组方法的种数为

A．70　*B*．140　*C*．280　*D*．840　E. 80

9、将 9 个(含甲、乙)平均分成三组，甲、乙分在不同组，则不同分组方法的种数为

A．220　*B*．240　*C*．420　*D*．210　E. 180

10、从 6 人中选出 4 人分别到巴黎、伦敦、悉尼、莫斯科四个城市游览，要求每个城市有一人游览，每人只游览一个城市，且这 6 人中甲、乙两人不去巴黎游览，则不同的选择方案共有

A．300　B．240　C．144　D．96　E. 280

11、某校从 8 名教师中选派 4 名教师同时去 4 个边远地区支教(每地 1 人)，其中甲和乙不同去，甲和丙只能同去或同不去，则不同的选派方案共有______种.

(*A*)480　(*B*)600　(*C*)430　(*D*)500　（E）480

12、将 9 本不同的书分成 3 堆，问：

（1）每堆 3 本，有多少种不同的分法？若分给三人，每人 3 本，又有多少种不同分法？

（2）一堆 5 本，其余两堆各 2 本，有多少种不同的分法？若分给甲，乙，丙 3 人，①每人拿一堆，有多少种不同的分法？②若甲得 5 本，乙与丙各得 2 本，又有多少种分法？

（3）如果一堆 4 本，一堆 3 本，一堆 2 本，又有多少种的分法？

【排队、排座位（元素--位置）：相邻捆绑与相间插空】

13、6 人排成一排照相，甲不排在左端，乙不排在右端，共有______种不同的排法.

14、6 个人围圆桌而坐，一共有_________种不同的排法.

15、7 人照相，要求排成一排，甲乙两人相邻但不排在两端，不同的排法共有______种.

A．1440　B．960　C．720　D．480　E. 280

16、某人射击 8 枪，命中 4 枪，其中恰有 3 枪连中的不同种数有________种

A.72　B.24　C.20　D.19　E. 28

17、3 个男生和 4 个女生站成一排，男生不能相邻，有_________种不同的排法

18、现有 8 个人排成一排照相，其中甲、乙、丙三人不相邻的排法有____种.

（A）$C_6^3 \cdot 3! \cdot 5!$　（B）$8! - 6! \cdot 3!$　（C）$C_5^3 \cdot 3! \cdot 3!$　（D）$8! - C_6^4 4!$　（E）$8! C_6^4 4!$

19、A, B, C, D, E 五人并排站成一排，如果 A, B 必须相邻且 B 在 A 的右边，那么不同的排法种数有

A、60 种　B、48 种　C、36 种　D、24 种　E、28

20、1 名老师和 4 名同学排成一排照相留念，若老师不站两端则有不同的排法有____种

21、有两排座位，前排 11 个座位，后排 12 个座位，现安排 2 个人就座，规定前排中间的 3 个座位不能坐，并且这 2 人不左右相邻，那么不同排法的种数是

(A) 234　(B) 346　(C)350　(D) 363　（E）280

22、电视台连续播放 6 个广告，其中含 4 个不同的商业广告和 2 个不同的公益广告，要求首尾必须播放公益广告，则共有______种不同的播放方式.

23、不同的五种商品在货架上排成一排，其中甲、乙两种必须排在一起，丙、丁两种不能排在一起，则不同的排法种数共有

A、12　B、20　C、24　D、48　E、28

24、有 6 个座位连成一排，安排 3 人就座，恰有两个空位相邻的不同坐法有

A、36　B、48　C、72　D、96　E、38

25、5 人站成一排，其中 A 不在左端也不和 B 相邻的排法种数为

A、48　B、54　C、60　D、66　E、38

26、由数字 0，1，2，3，4，5 可以组成无重复数字且奇偶数字相间的六位数的个数有

A、72　B、60　C、48　D、52　E、38

27、用 1、2、3、4、5、6、7、8 组成没有重复数字的八位数，要求 1 和 2 相邻，3 与 4 相邻，5 与 6 相邻，而 7 与 8 不相邻，这样的八位数共有________个.

A、182　B、146　C、196　D、576　E、380

28、有 8 个不同元素排成两排，每排 4 个元素，其中 a、b 不可以相邻和相对，有多少种排法？

29、标号为 1,2,3,4 的红球与标号为 1,2 的白球排成一排,要求每个白球的两边都有红球,且要

求 2 号白球与 4 号红球排在一起,一共有_____种不同的排法.

30、有红，黄，蓝三种颜色的球各 7 个，每种颜色的 7 个球分别标有数字 1,2,3,4,5,6,7，从中任取 3 个标号不同的球，这 3 个球颜色互不相同且所标数字互不相邻的取法种数是多少？

【隔板法-相同元素分配】

31、方程 $a+b+c+d=10$ 的正整数解有多少组？

32、现有 30 块相同的糖，分给 6 个小朋友，(1)每人至少分 1 块，有多少种分法？

(2)每人至少分 2 块，有多少种分法？

33、将 20 个相同的小球放入编号分别为 1，2，3，4 的四个盒子中，要求每个盒子中的球数不少于它的编号数，求放法总数.

【可重复问题---人房模型】

34、将三封信投入 4 个信箱，问在下列两种情形下各有______种投法?

（1)每个信箱至多只许投入一封信；

（2)每个信箱允许投入的信的数量不受限制.

35、运动会上有四项比赛的冠军在甲、乙、丙三人中产生，不同的夺冠情况共有____种.

（A）$C_4^3\cdot 3!$ （B）4^3 （C）3^4 （D）C_4^3 （E）$4!$

【定序问题-无区别元素问题】

36、书架上某层有 6 本书，新买了 3 本书放进该层，要保持原来 6 本书原有顺序，有____种不同插法.

37、信号兵把红旗与白旗从上到下挂在旗杆上表示信号，现有 3 面红旗、2 面白旗，把 5 面旗都挂上去，可表示不同信号的种数是_______

38、文艺团体下基层宣传演出，准备的节目表中原有 4 个歌舞节目，如果保持这些节目的相对顺序不变，拟再添 2 个小品节目，则不同的排列方法有______

39、有 2 个红球、3 个黄球、4 个白球，同色球不加以区分，将这 9 个球排成一列有___种不同的方法.

$(A)1800$ $(B)1600$ $(C)1320$ $(D)1260$ （E）1880

40、某工程队有 6 项工程需要先后单独完成，其中工程乙必须在工程甲完成后才能进行，工程丙必须在工程乙完成后才能进行，又工程丁必须在工程丙完成后立即进行，那么安排这 6 项工程的不同排法种数是

$(A)18$ $(B)36$ $(C)20$ $(D)50$ （E）80

【对号与不对号-元素对应问题】

41、将数字 1，2，3，4 填入标号为 1，2，3，4 的四个方格里，每格填一个数，则每个方格的标号与所填数字均不相同的填法有

A、6 种　　B、9 种　　C、11 种　　D、23 种　　E、8

42、设有编号为 1，2，3，4，5 的五个球和编号为 1，2，3，4，5 的盒子现将这 5 个球投入 5 个盒子要求每个盒子放一个球，并且恰好有两个球的号码与盒子号码相同，问有____种不同的方法.

43、将标号为 1，2，…10 的 10 个放入标号为 1，2，…10 的 10 个盒子内，每个盒内放一个球，则恰好有 3 个球的标号与其所在盒子的标号不一致的放入的方法共有____种.

(A)120　　(B)240　　(C)260　　(D)220　　（E）80

【特殊要求元素选取（多元素、多要求）：合理分类与准确分步】

44、某书店有 11 种杂志，2 元 1 本的 8 种，1 元 1 本的 3 种．小张用 10 元钱买杂志(每种至多买一本，10 元钱刚好用完)，则不同买法的种数是_______

45、从 6 台甲机器和 5 台乙机器中任意选取 5 台,其中至少有甲机器与乙机器各两台,则不同的取法有__________种.

46、4 位同学参加某种形式的竞赛，竞赛规则规定：每位同学必须从甲、乙两道题中任选一道作答，选甲题答对得 10 分，答错得-10 分；选乙题答对得 9 分，答错得-9 分.若 4 位同学的总分为零，则这 4 位同学不同得分的种数为

（A）48　　（B）36　　（C）24　　（D）18　　（E）80

47、完成某项工作需 4 个步骤，每一步方法数相等，完成这项工作共有 81 种方法.改革后完成这项工作减少了一个步骤，则改革后完成该项工作有_____种方法.

48、由 1 到 30 个数，挑三个相加使它们的和必须被 3 整除，有多少种方法？

49、平面上有 10 个点，有且只有 4 点在一直线上，其他任何 3 点不共线，问能组成多少个不同的三角形？

50、假设在 200 件产品中，有 3 件次品，现在从中任意抽出 5 件，其中至少有 2 件次品的抽法有________种.

51、有甲乙丙三项任务，甲需 2 人承担，乙丙各需一人承担，从 10 人中选出 4 人承担这三项任务，不同的选法种数是

A、1260 种　　B、2025 种　　C、2520 种　　D、5040 种　　E、2880

52、用 1、2、3、4、5、6 这六个数字可组成______个无重复数字且不能被 5 整除的五位数.

53、从黄瓜、白菜、油菜、扁豆 4 种蔬菜品种中选出 3 种，分别种在不同土质的三块土地上，其中黄瓜必须种植，不同的种植方法共有__________种.

54、某交通岗共有 3 人，从周一到周日的七天中，每天安排一人值班，每人至少值 2 天，其不同的排法共有_____种.

（A）5040　　（B）1260　　（C）210　　（D）630　　（E）480

55、已知 $ax^2-b=0$ 是关于 x 的一元二次方程，其中 a 、 $b\in\{1,2,3,4\}$，则解不同的一元二次方程的个数_______

56、现有1角、2角、5角、1元、2元、5元、10元、20元、50元人民币各一张，100元人民币2张，从中至少取一张，共可组成不同的币值种数是

(A)1024种　(B)1023种　(C)1536种　(D)1535种　（E）1080

57、高三年级的三个班到甲、乙、丙、丁四个工厂进行社会实践，其中甲工厂必须有班级去，其他可自由选择，则不同的分配方案有

（A）16　（B）18　（C）37　（D）48　（E）80

58、从 1，3，5，7 中任取 2 个数字，从 0，2，4，6，8 中任取 2 个数字，组成没有重复数字的四位数，其中能被 5 整除的四位数共有______个.

59、某高校从某系的 10 名优秀毕业生中选 4 人分别到西部四城市参加西部开发建设，其中甲同学不到第一个城市，乙不到第二个城市，共有__________种不同派遣方案.

60、 6 个身高不同的人分成 2 排，每排 3 人，每排从左到右，由低到高，且后排的人比他身前的人高，问有多少种排法？

61、甲、乙两人从 4 门课程中各选修 2 门，则甲、乙所选的课程中恰有 1 门相同的选法有

（A）48　（B）12　（C）24　（D）30　（E）80

62、甲组有 5 名男同学，3 名女同学；乙组有 6 名男同学、2 名女同学. 若从甲、乙两组中各选出 2 名同学，则选出的 4 人中恰有 1 名女同学的不同选法共有

（A）150　（B）180　（C）300　(D)345　（E）380

63、从 5 名男医生、4 名女医生中选 3 名医生组成一个医疗小分队，要求其中男、女医生都有，则不同的组队方案共有

（A）70　（B） 80　（C） 100　（D）140　（E）80

64、从 5 名志愿者中选派 4 人在星期五、星期六、星期日参加公益活动，每人一天，要求星期五有一人参加，星期六有两人参加，星期日有一人参加，则不同的选派方法

A.120　B.96　C.60　D.48　E. 80

65、政府召集 5 家企业的负责人开会，其中甲企业有 2 人到会，其余 4 家企业各有 1 人到会，会上有 3 人发言，则这 3 人来自 3 家不同企业的可能情况的种数为

A．14　B．16　C．20　D．12　E. 18

66、从 10 名大学生毕业生中选 3 个人担任村长助理，则甲、乙至少有 1 人入选，而丙没有入选的不同选法的种数为

A　85　B 56　C 49　D 28　E 80

67、移动公司推出一组手机卡号码，卡号的前七位数字固定，从“XXXXXXX0000”到“XXXXXXX9999”共 10000 个号码．公司规定：凡卡号的后四位带有数字“4”或“7”的一律作为“优惠卡”，则这组号码中“优惠卡”的个数为

A．200　B．4096　C．5904　D．8320　E. 6880

68、在一块并排 10 垄的田地中，选择 2 垄分别种植 A、B 两种作物，每种作物种植一垄．为

有利于生长，要求 A、B 两种作物的间隔不小于 6 垄，则不同的选垄方法共有____ 种.

69、从小张、小赵、小李、小罗、小王五名志愿者中选派四人分别从事翻译、导游、礼仪、司机四项不同工作，若其中小张和小赵只能从事前两项工作，其余三人均能从事这四项工作，则不同的选派方案共有

A. 36　　B. 12　　C. 18　　D. 48　　E. 28

70、有 11 名翻译人员，其中 5 名英语翻译员，4 名日语翻译员，另 2 人英语、日语都精通. 从中找出 8 人，使他们组成两个翻译小组，其中 4 人翻译英文，另 4 人翻译日文，这两个小组能同时工作. 问这样的分配名单共可开出____张.

71、某外语组有 9 人，每人至少会英语和日语中的一门，其中 7 人会英语，3 人会日语，从中选出会英语和日语各 1 人，有______种不同的选法.

72、从编号 1,2,3,4,5,6 的六个小球中任取 4 个,放在标号为 ABCD 的四个盒子中,每盒一球,且 2 号球不能放在 B 中，4 号球不能放在 D 中，则不同放法的种数

A、96　　B、180　　C、252　　D、280　　E、290

73、一个口袋内装有 4 个不同的红球，6 个不同的白球，若取出一个红球记 2 分，取出一个白球记 1 分，从口袋中取 5 个球，使总分不小于 7 分的取法有多少种？

A、180　　B、186　　C、196　　D、206

74、把同一排 6 张座位编号为 1，2，3，4，5，6 的电影票全部分给 4 个人，每人至少 1 张，至多 2 张，且这两张票具有连续的编号，那么不同的分法种数是

A．168　　*B*．96　　*C*．72　　*D*．144　　E.188

75、5 名乒乓球队员中，有 2 名老队员和 3 名新队员，现从中选出 3 名队员排成 1，2，3 号参加团体比赛，则入选的 3 名队员中至少有 1 名老队员，且 1，2 号中至少有 1 名新队员的排法有________种.

(*A*)48　　(*B*)36　　(*C*)43　　(*D*)50　　（E）80

76、在由数字 1、2、3、4、5 组成的所有没有重复数字的五位数中，大于 23145 且小于 43521 的数共有

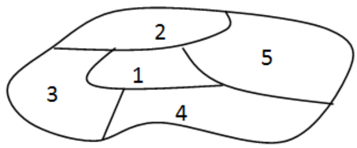
(A)56　　(B)57　　(C)58　　(D)60　　（E）80

77、球队的 10 名队员中有 3 名主力队员，派 5 名参加比赛．3 名主力队员要安排在第一、三、五位置，其余 7 名队员选 2 名安排在第二、四位置，不同的出场安排共有_____种.

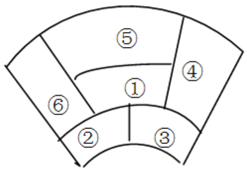
(A)256　　(B)252　　(C) 118　　(D) 238　　（E）280

【涂色问题】

78、如图，一个地区分为 5 个行政区域，现给地图着色，要求相邻区域不得使用同一颜色，现有 4 种颜色可供选择，则不同的着色方法共有______种.



79、四种不同的颜色涂在如图所示的 6 个区域，且相邻两个区域不能同色的方法有_______________



80、将 3 种作物种植在一排的 5 块试验田里，每块种植一种作物且相邻的试验田不能种植同一作物，不同的种植方法共有_____种.

A．42　B．48　C．52　D．66

E、38

答案与解析

1、(1)属非平均分组问题,仅仅分组,分组与顺序无关，是组合问题，共有 $C_8^5C_3^2C_1^1$ 种不同的分法；(2)属非平均分组定向分配问题,先分组,再分配，但是是定向分配不涉及排序,共有 $C_8^5C_3^2C_1^1$ 种不同的分法；(3)属非平均分组不定向分配问题,先分组,再分配，与顺序有关,需排序,共有 $C_8^5C_3^2C_1^1 3!$ 种不同的分法；(4)属平均分组不定向分配问题,先分组有 $\dfrac{C_8^2C_6^2C_4^2C_2^2}{4!}$ 种分法,再分配，与顺序有关，有 $4!$ 种排列,共有 $(\dfrac{C_8^2C_6^2C_4^2C_2^2}{4!})4!$ 种不同的分配方法；(5)属平均分组问题，分组与顺序无关，是组合问题，有 $\dfrac{C_8^2C_6^2C_4^2C_2^2}{4!}$ 种不同分法；(6)属部分平均分组问题**,**分组与顺序无关，有 $C_8^4\dfrac{C_4^2C_2^2}{2!}$ 种不同分法；(7)属部分平均分组不定向分配问题,先分组,再分配,与顺序有关,有 $(C_8^4\dfrac{C_4^2C_2^2}{2!})3!$ 种不同分法.

2、用分步计数的原理,分两大步：

第一大步：先把 3 名医生分配到 3 所学校共有 $C_3^1C_2^1C_1^1$ 种(分三小步）；

第二大步：再把 6 名护士分配到 3 所学校共有 $C_6^2C_4^2C_2^2$ 种(分三小步）；

3、整体分三类：

①先把 6 名旅客分成 1，1，4 三组，有 $C_6^4\dfrac{C_2^1C_1^1}{2!}$ 种分法，再分配到 3 个房间有 $3!$ 种情况，由分步计数原理可得有 $(C_6^4\dfrac{C_2^1C_1^1}{2!})3!=90$ 种安排方法；

②先把 6 名旅客分成 1，2，3 三组，有 $C_6^1C_5^2C_3^3$ 种分法，再分配到 3 个房间有 $3!$ 种情况，由分步计数原理可得有 $(C_6^1C_5^2C_3^3)3!=360$ 种安排方法；

③先把 6 名旅客分成 2，2，2 三组，有 $\frac{C_6^2C_4^2C_2^2}{3!}$ 种分法，再分配到 3 个房间有 $3!$ 种情况，由分步计数原理可得有 $(\frac{C_6^2C_4^2C_2^2}{3!})3!=90$ 种安排方法；

由分类计数原理，共有不同的安排种数为 90+360+90=540（种）.

4、先取两个 C_4^2，再取两个 C_2^2，如果先取的是 AC，剩下 BD，或者先取的是 BD，剩下 AC，而 $\left.\begin{matrix} AC & BD \\ BD & AC \end{matrix}\right\}$ 这两种分法对于分组是同一种；同理 $\left.\begin{matrix} AD & BC \\ BC & AD \end{matrix}\right\}$ 这两种分法对于分组是同一种；$\left.\begin{matrix} AB & CD \\ CD & AB \end{matrix}\right\}$ 这两种分法对于分组是同一种；所以，共有 $\frac{C_4^2C_2^2}{2!}=3$(种).

5、（1）选出 1 人的方法有 C_7^1 种，再由剩下的 6 个人中选出 2 人的方法有 C_6^2 种，剩下的 4 人为一组有 C_4^4 种，依分步计数原理得分组的方法有 $C_7^1\cdot C_6^2\cdot C_4^4=105$ 种.

（2）可直接从 7 人中选出 2 人的方法有 C_7^2 种，再由余下的 5 个人中选 3 人的方法有 C_5^3 种，所以依分步计数原理，分组的方法有：$C_7^2\cdot C_5^3=210$ 种. 也可先选取 5 人，再分为两组有 $C_7^5\cdot C_5^2\cdot C_3^3=210$ 种.

6、恰有一个空盒，则另外三个盒子中小球数分别为 1，1，2. 实际上可转化为先将四个不同的小球分为三组，两组各 1 个，另一组 2 个，分组方法有 $\frac{C_4^1C_3^1C_2^2}{2!}$(种)，然后将这三组再加上一个空盒进行全排列，即共有 $\frac{C_4^1C_3^1C_2^2}{2!}4!$=144(种).

7、首先把 5 本书转化成 4 本书，然后分给 4 个人.第一步：从 5 本书中任意取出 2 本捆绑成一本书，有 C_5^2 种方法；第二步：再把 4 本书分给 4 个学生，有 $4!$ 种方法.由乘法原理，共有 $C_5^2\cdot 4!=240$ 种方法，故选 B.

8、先从其他 7 个人选一个给甲乙，剩下六个人分为两组，有 $\frac{C_7^1\cdot C_6^3\cdot C_3^3}{2!}=70$，选 A.

9、从正面思考，先从其他 7 人里面选 2 人给甲，再从剩下 5 人选 2 人给乙，最后三人成一

组，有 $C_7^2\cdot C_5^2\cdot C_3^3=210$，选 D. 或者从反面思考，用总数减去两人在同一组的.

10、巴黎甲乙不能去，那就其他 4 个人选一个去，然后剩下 5 个人，选 3 个去其他 3 个城市，最后排列下. $C_4^1\cdot C_5^3\cdot 3!=240$，选 B.

11、分为三类：(1)甲丙去(乙不去)：$C_5^2\cdot 4!=240$；(2)乙去(甲丙不去)：$C_5^3\cdot 4!=240$；

(3)甲乙丙都不去：$C_5^4\cdot 4!=120$，共 600 种，选 B.

12、（1）此分堆是“均分”问题，且不计顺序即组别，故分堆方法共有 $\dfrac{C_9^3C_6^3C_3^3}{3!}$ 种，若分给三人，则有顺序即组别，故分组方法为 $\dfrac{C_9^3C_6^3C_3^3}{3!}3!=C_9^3C_6^3C_3^3$.

（2）有两堆均分，故为 $\dfrac{C_9^5C_4^2C_2^2}{2!}$ 堆，分给甲，乙，丙 3 人，①每人拿一堆，有顺序即分组，故为 $\dfrac{C_9^5C_4^2C_2^2}{2!}3!$ 种，②由于乙与丙分得的堆是有序的即分组，故为 $\dfrac{C_9^5C_4^2C_2^2}{2!}2!$ 种.

（3）是“非均匀分”分堆，哪一堆 4 本，哪一堆 3 本，哪一堆 2 本没明确，故为 $C_9^4C_5^3C_2^2$ 种.

13、先让 6 个人全排，减去甲在左端的情况，再减去乙在右端的情况，加上甲既在左端乙又在右端的情况，故排法有 $6!-2\cdot 5!+4!=504$ 种.

14、记住环排公式即可：n 个人坐在一圈有 $(n-1)!$ 种，故有 $(6-1)!=120$ 种.

15、先将其余 5 人进行全排，有 5!种，再将甲乙打包看为 1 人，插入 5 人之间的空位中，由于两人不能在两端，有 4 个空可以选，由于甲乙左右可以排序，故最终有 $5!\ C_4^1\cdot 2!=960$ 种.

16、原题不便于操作，将其改编为下题：8 个相同的球摆成一排，其中 A、B、C 三球必须相邻且与顺序无关，另一球 D 不得与前 3 球相邻的排法有几种？ 先排其余 4 球（对应于未中的 4 枪，显然与顺序无关），然后在 4 球之间及其两端共 5 空任选 2 空插入 ABC 及 D，故有 $P_5^2=20$ 种排法.选 C.

17、采用插空法，先把 4 个女生排好，在两端和她们之间有 5 个空位，如___女___女___女___女____，再将 3 个男生放到这 5 个位子中的 3 个位子上，就保证任何两个男生都不会相邻了，这样，男生有 $C_5^3 3!$ 种排法，女生有 $4!$ 种排法，所以共有 $C_5^3 3!4!$ 种排法.

18、先让其他 5 个人全排列，有 $5!$ 种方法，然后让甲乙丙三人插入 6 个空位中，有 $C_6^3 3!$ 种，根据乘法原理，共有 $5!C_6^3 3!$ 种，故选 A.

19、把 A,B 视为一人，且 B 固定在 A 的右边，则本题相当于 4 人的全排列，$4!=24$ 种，故选 D.

20、老师在中间三个位置上选一个有 C_3^1 种，4 名同学在其余 4 个位置上有 $4!$ 种方法；所以共有 $C_3^1 4!=72$ 种.

21、先将前排中间的 5 号、6 号、7 号座位和待安排 2 人的取出，再将剩下的 18 座位排成一列，然后妆待安排 2 人的座位插入这 18 座位之间及两端的空隙中，使这 2 人的座位互不相邻，有 $C_{19}^2 2!$ 种方法；但在前排的 4 号与 8 号座位、前排的 11 号与后排的 1 号座位之间可以同时插入待安排 2 人的座位满足条件，有 $2\cdot 2!$ 种方法. 由分类计数原理得到不同排法的种数有 $C_{19}^2 2!+2\cdot 2!=342+4=346$（种），选（B）.

22、分二步：首尾必须播放公益广告的有 $2!$ 种；中间 4 个为不同的商业广告有 $4!$ 种，从而共有 $2!\cdot 4!=48$.

23、其中甲、乙两种必须排在一起，将甲乙打包，有 2！种；然后跟其他一起排列，有 2！种；丙、丁两种不能排在一起，采用插空，故共有 $2!2!\ C_3^2 2!=24$ 种，选 C.

24、先让 3 个人坐好，有 3！种；此时剩下三个空位，将 2 个打包，与 1 个空位插空，有 $3!\ C_4^2 2!=72$ 种. 选 C.

25、设从左至右位置依次为 12345. 当 A 不在两端时，是 A 从 234 三个位置中选择一个位置站好，B 选择不与 A 相邻的另外两个位置 1 或者 5 站好，剩下三个人全排；有 $C_3^1 C_2^1 3!=36$ 种；当 A 在右端时，B 有 3 种选择，其他人全排，有 $C_3^1 3!=18$ 种；所以总共有 36+18=54 种. 选 B.

26、先不考虑零的特殊性，将这六个数奇偶数字相间的排列共有 2×3！×3！=72，其中 0 排在首位的有 3！2！=12，把不合题意的减去得到 72-12=60．选 B.

27、首先把 1 和 2 相邻、3 与 4 相邻、5 与 6 相邻，当做三个元素进行排列有 3！种，三对相邻的元素内部各还有一个排列 2!，这三个元素形成四个空，把 7 和 8 在这四个位置排列有 $C_4^2 2!$ 种，因此得到这种数字的总数有 $3!2!2!2!C_4^2 2! = 576$,选 D.

28、首先把两个元素安排好，其他的元素就可以随意坐，但此题仍然需要分类

第一类情况：a 在 4 个角位的任一个，则 b 可以坐的位置如图（空白格），

a	※		
※			

a 在四个角上的情况都相同，所以有 $C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot 6!$ 种方案

第二类情况：a 在除 4 个角位的任一个，则 b 可以坐的位置如图（空白格）

※	a	※	
	※		

这时有 $C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot 6!$ 种方案 $\therefore$ 共有 $C_4^1 \cdot C_5^1 \cdot 6! + C_4^1 \cdot C_4^1 \cdot 6!$

29、解法：分类法，首先首尾只能是红球

分两类，首尾不包含红球 4 和首尾有红球 4

第一类用插入法求解，1，2，3 三个红球排好后（为 3*2=6 种），中间就有了两个空，剩下的三个球可以以八种组态插入到这两个空里. 故此类总数为 6*8=48

第二类用对称法求解，红 4 在首和红 4 在尾的排列总数是相等的. 红 4 在首，则下个球必定为白 2，再下个球为红球，如此下去，尾部的球必为白球，这样子各个位置的球的类型也就确定了，得到的排列总数为 12.同理，红 4 在尾也为 12，则此类总数为 24.

故总数为 48+24=72.

30、先考虑数字：1 2 3 4 5 6 7 里面取 3 个不相邻的数字；

设最小的数字为 1 则有 3+2+1=6 种选择；最小的数字为 2 则有 2+1=3 种选择

最小的数字为 3 则有 1 种选择；当最小数字不小于 4 时，不可能了

则一共有 10 种可能性；接下去考虑这 3 个球的颜色，也就是 3 个球的全排列 3！= 6

所以一共有 6×10=60 种取法.

31、设想有 10 个相同的球并放成一行，选取 3 块隔板任意插入其中，则每一种插入方法都对应一个正整数解.由于 10 球之间共有 9 空，任选 3 空插入隔板，有 $C_9^3 = 84$ 种插入方法，所以方程 $a+b+c+d=10$ 的正整数解有 84 个.

32、(1)将 30 块糖排成一行，在之间的 29 个空位中插入 5 个隔板，就可以将其分为 6 份，分别给 6 个小朋友，故有 C_{29}^5 种分法；(2)每人至少 2 块糖，先让每个小朋友取一块糖，还剩下 24 块糖，然后每人再至少分 1 块就可以了，故有 C_{23}^5 种分法.

33、方法 1：先在编号 1，2，3，4 的四个盒子内分别放 0，1，2，3 个球，有 1 种方法；再把剩下的 14 个球，分成 4 组，每组至少 1 个，有 C_{13}^3=286 种.

方法 2：第一步先在编号 1，2，3，4 的四个盒子内分别放 1，2，3，4 个球，有 1 种方法；第二步把剩下的 10 个相同的球放入编号为 1，2，3，4 的盒子里，有 C_{13}^3 =286 种方法.

34、（1）显然是无重复排列问题，投法的种数为 $C_4^3 3! = 24$.

（2）是可重复排列问题，投法的种数为 $4^3 = 4\times4\times4 = 64$

35、四项比赛的冠军依次在甲、乙、丙三人中选取，每项冠军都有 3 种选取方法，由乘法原理共有 $3\times3\times3\times3 = 3^4$ 种.

36、9 本书按一定顺序排在一层有 $9!$，考虑到其中原来的 6 本书保持原有顺序，原来的每一种排法都重复了 $6!$ 次，所以有 $9!\div6!$ 种.

37、5 面旗全排列有 $5!$ 种挂，由于 3 面红旗与 2 面白旗的分别全排列均只能作一次的挂法，故有 $\dfrac{5!}{3!2!} = 10$ 种.

38、先让 6 个节目全排列，再除以 4 个节目的全排列，有 $\dfrac{6!}{4!} = 30$ 种方法.

39、先让 9 个球全排列，再除以每种颜色球的全排列，有 $\dfrac{9!}{2!3!4!} = 1260$ 种方法，选 D.

40、由于工程丁必须在工程丙完成后立即进行，所以将丙丁打包看成一个对象，总共看成 5 项工程的排序，相当于有甲、乙、（丙丁）三个对象的定序，故有 $\dfrac{5!}{3!} = 20$，选 C.

41、先把 1 填入方格中，符合条件的有 3 种方法，第二步把被填入方格的对应数字填入其它三个方格，又有三种方法；第三步填余下的两个数字，只有一种填法，共有 3×3×1=9 种填法，选 B.

42、从 5 个球中取出 2 个与盒子对号有 C_5^2 种，还剩下 3 个球与 3 个盒子序号不能对应，利

用枚举法分析，如果剩下 3，4，5 号球与 3，4，5 号盒子时，3 号球不能装入 3 号盒子，当 3 号球装入 4 号盒子时，4，5 号球只有 1 种装法，3 号球装入 5 号盒子时，4，5 号球也只有 1 种装法，所以剩下三球只有 2 种装法，因此总共装法数为 $2C_5^2=20$ 种.

43、恰好有 3 个球的标号与其所在盒子的标号不一致的放入的方法 $C_{10}^3 2=240$，选 B.

44、由于 1 元 1 本的杂志只有 3 本，1 元 1 本的杂志不可能只买 1 本或 3 本.否则所用钱数为奇数，再买 2 元 1 本的杂志无论买几本所用钱数都是偶数，其和不可能为 10 元这个偶数.所以小张用 10 元钱去买，有且只有如下两种买法.

如果全买 2 元 1 本的杂志，则 10 元钱可以买 5 本，有 $C_8^5=C_8^3=56$ 种方法；

如果 1 元 1 本的杂志买 2 本，则 2 元 1 本的杂志可以买 4 本，由乘法原理，有 $C_8^4\cdot C_3^2=210$ 种方法；由加法原理，不同买法的种数是：56+210=266.

45、由题，完成第一类办法还可以分成两步：第一步在原装计算机中任意选取 2 台，有 C_6^2 种方法；第二步是在组装计算机任意选取 3 台，有 C_5^3 种方法，据乘法原理共有 $C_6^2\cdot C_5^3$ 种方法.同理，完成第二类办法中有 $C_6^3\cdot C_5^2$ 种方法.据加法原理完成全部的选取过程共有 $C_6^2\cdot C_5^3+C_6^3\cdot C_5^2=350$ 种方法.

46、4 位同学的总分为零，有且只有如下 3 种情况.

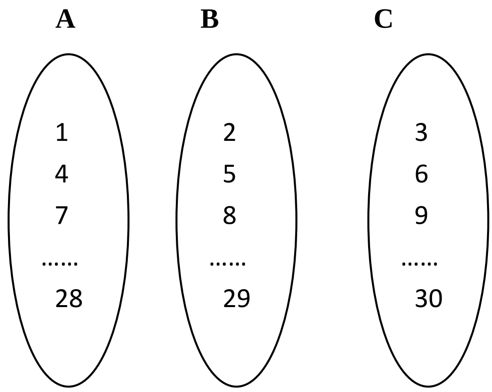
（1）若 4 人全部选甲题，其总分和为零必须 2 人答对另 2 人答错，有 C_4^2=6 种情况；

（2）若 4 人全部选乙题，同理也有 C_4^2=6 种情况；

（3）若 4 人中两人选甲题，另两人选乙题，其总分和为零必须各 1 人答对另 1 人答错，有 $A_4^2A_2^2$=24 种情况.由加法原理，不同的得分种数为 6+6+24=36，∴选 B.

47、设原来每个步骤有 x 种方法，则 $x^4=81,\therefore x=3$.

48、首先对事件中的元素分类，1---30 个数中有些数除 3 余 1（下图集合 A），有些余 2（下图集合 B），有些能整除（下图集合 C）. 所以从 A，或 B，或 C 中取 3 个数相加定符合题意；另外从三个集合中分别取一个数相加，也符合.



答案为：$C_{10}^{3}+C_{10}^{3}+C_{10}^{3}+C_{10}^{1}C_{10}^{1}C_{10}^{1}$.

49、因为共线的 4 点不能组成三角形，分为一类；其他 6 个点分为一类. 组成三角形的可能为：（1）共线 4 点中的两点，线外一点；（2）共线 4 点中的一点，线外两点；（3）其他 6 点中的任意三点. 所以，答案为 $C_4^2C_6^1+C_4^1C_6^2+C_6^3$. 另外一种思路是在总数中减去不符合题设的：$C_{10}^{3}-C_4^3$.

50、“至少有件次品”是指“恰有 2 件次品或恰有 3 件次品”，因此可分成两类求解. 解法 1：（直接法）第一类，2 件次品 3 件合格品，有 $C_3^2C_{197}^3$ 种；第二类，3 件次品 2 件合格品，有 $C_3^3C_{197}^2$ 种. 由分类计数原理得抽法为 $C_3^2C_{197}^3+C_3^3C_{197}^2=3783976$（种）.

解法 2：（间接法）不论次品，合格品抽法共有 C_{200}^{5}，恰有 1 件次品的抽法种数有 $C_3^1C_{197}^4$，没有次品的种数为 C_{197}^5，至少有 2 件次品为 $C_{200}^{5}-C_3^1C_{197}^4-C_{197}^5=3783976$（种）.

51、先考虑分组，即 10 人中选 4 人分为三组，其中两组各一人，另一组二人，共有 $\dfrac{C_{10}^1C_9^1C_8^2}{2!}$ (种)分法. 再考虑排列，甲任务需 2 人承担，因此 2 人的那个组只能承担甲任务，而一个人的两组既可承担乙任务又可承担丙任务，所以共有 $\dfrac{C_{10}^1C_9^1C_8^2}{2!}2!=2520$ 种选法.

52、由所有 1～6 这 6 个数组成的五位数有$6!$个，去掉 1～6 这 6 个数组成可被 5 整除的五位数$C_5^4 4!$个. 因此，所求的五位数共有$6!-C_5^4 4!$=720－120=600 个.

53、在这里黄瓜是特殊的元素，必须选出有 1 种选法，然后再从其它 3 个品种中选出 2 种有C_3^2 种选法，最后进行排列有$3!$种排法. 由分步计数原理，共有$1\cdot C_3^2\cdot 3!$种.

54、一周 7 天各不相同，人与人也不相同可以分配的方法是：2，2，3.

根据从左往右法直接列出式子：$\dfrac{C_7^2C_5^2 3!}{2!}=630$种.

55、从集合$\{1,2,3,4\}$中任意取两个元素作为a、b，方程有P_4^2个，当a、b取同一个数时方程有 1 个，共有$P_4^2+1=13$个. "求解集不同的……"所以在上述解法中要去掉同解情况，

由于$\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$和$\begin{cases}a=2\\b=4\end{cases}$同解、$\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$和$\begin{cases}a=4\\b=2\end{cases}$同解，故要减去 2 个. 共有$13-2=11$个解集不同的一元二次方程.

56、除 100 元人民币以外每张均有取和不取 2 种情况，100 元人民币的取法有 3 种情况，再减去全不取的 1 种情况，所以共有$2^9\times3-1=1535$种.

57、用间接法.先计算 3 个班自由选择去何工厂的总数，再扣除甲工厂无人去的情况，即：$4\times4\times4-3\times3\times3=37$种方案.

58、合条件四位数的个位必须是 0、5，但 0 不能排在首位，故 0 是其中的特殊元素，应优先安排，按照 0 排在首位，0 排在十位、百位和不含 0 为标准分为三类：

0 排在个位能被 0 整除的四位数有$C_1^1\cdot\left(C_4^1C_4^2\right)3!=144$个，

0 排在十位、百位，但 5 必须排在个位有 $C_2^1C_1^1\left(C_4^1C_3^1\right)C_2^2$=48 个，

不含 0，但 5 必须排在个位有$C_1^1\cdot\left(C_3^1C_4^2\right)3!=108$个，

由分类计数原理得所求四位数共有 300 个.

59、因为甲乙有限制条件，所以按照是否含有甲乙来分类，有以下四种情况：

①若甲乙都不参加，则有派遣方案$C_8^4 4!$种；②若甲参加而乙不参加，先安排甲有 3 种方法，然后安排其余学生有$C_8^3 3!$方法，所以共有$3C_8^3 3!$；③若乙参加而甲不参加同理也有$3C_8^3 3!$种；④若甲乙都参加，则先安排甲乙，有 7 种方法，然后再安排其余 8 人到另

外两个城市有 $C_8^2 2!$ 种，共有 $7C_8^2 2!$ 方法.所以共有不同的派遣方法总数为 4088 种.

60、5 种. 穷举法. 6 个人，为 1，2，3，4，5，6，即

1		
	5	6

1，5，6，三数固定，把 2，3，4，在里面摆放.

61、可先求出所有两人各选修 2 门的种数 $C_4{}^2 C_4{}^2$ =36，再求出两人所选两门都相同和都不同的种数均为 $C_4{}^2$ =6，故只恰好有 1 门相同的选法有 24 种.

62、分两类(1) 甲组中选出一名女生有 $C_5^1 \cdot C_3^1 \cdot C_6^2 = 225$ 种选法;

(2) 乙组中选出一名女生有 $C_5^2 \cdot C_6^1 \cdot C_2^1 = 120$ 种选法.故共有 345 种选法.选 D.

63、直接法：一男两女,有 C_5^1 C_4^2 ＝5×6＝30 种,两男一女,有 C_5^2 C_4^1 ＝10×4＝40 种,共 70 种.

间接法：任意选取 C_9^3 ＝84 种,其中都是男医生有 C_5^3 ＝10 种,都是女医生有 C_4^1 ＝4 种,于是符合条件的有 84－10－4＝70 种.

64、5 人中选 4 人则有 $\boldsymbol{C_5^4}$ 种，周五一人有 $\boldsymbol{C_4^1}$ 种，周六两人则有 $\boldsymbol{C_3^2}$，周日则有 $\boldsymbol{C_1^1}$ 种，故共有 $\boldsymbol{C_5^4} \times \boldsymbol{C_4^1} \times \boldsymbol{C_3^2}$ =60 种,故选 C.

65、由间接法得 $C_6^3 - C_2^2 \cdot C_4^1 = 20 - 4 = 16$，故选 B.

66、解析由条件可分为两类：一类是甲乙两人只去一个的选法有：$\mathrm{C}_2^1 \cdot \mathrm{C}_7^2 = 42$，另一类是甲乙都去的选法有 $\mathrm{C}_2^2 \cdot \mathrm{C}_7^1$=7，所以共有 42+7=49，即选 C.

67、从反面思考，10000 个号码中不含 4、7 的有 8^4=4096，所以这组号码中"优惠卡"的个数为 10000-4096=5904，选 C.

68、先考虑 A 种在左边的情况，有三类：A 种植在最左边第一垄上时，B 有三种不同的种植方法；A 种植在左边第二垄上时，B 有两种不同的种植方法；A 种植在左边第三垄上时，B 只有一种种植方法. 又 B 在左边种植的情况与 A 在左边时相同. 故共有 $2 \times (3 + 2 + 1)$ =12 种不同的选垄方法.

69、分两类：若小张或小赵入选，则有选法 $C_2^1 C_2^1 3! = 24$；若小张、小赵都入选，则有选法

$C_3^2 2!2!=12$，共有选法 36 种，选 A.

70、假设先安排英文翻译，后安排日文翻译. 第一类，从 5 名只能翻译英文的人员中选 4 人任英文翻译，其余 6 人中选 4 人任日文翻译（若“多面手”被选中也翻译日文），则有 $C_5^4C_6^4$；第二类，从 5 名只能翻译英文的人员中选 3 人任英文翻译，另从“多面手”中选 1 人任英文翻译，其余剩下 5 人中选 4 人任日文翻译，有 $C_5^3C_2^1C_5^4$；第三类，从 5 名只能翻译英文的人员中选 2 人任英文翻译，另外安排 2 名“多面手”也任英文翻译，其余剩下 4 人全部任日文翻译，有 $C_5^2C_2^2C_4^4$. 三种情形相加即得结果 185.

71、“完成一件事”指从 9 人中选出会英语与日语各 1 人，由题意可知，9 人中仅会英语的有 6 人，既会英语又会日语的有 1 人，仅会日语的有 2 人. 因此可根据此人是否当选将所有选法分为三类：(1)此人不当选有 6×2 种；(2)此人按日语当选有 6×1 种；(3)此人按英语当选有 2×1 种. 根据加法原理，共有 6×2＋6×1＋2×1=20 种不同的选法.

72、（1）不管条件，从 6 个球中任取 4 个进行全排列：有 $C_6^4 4!=360$ 种;

（2）令 2 在 B 中，在剩下的 5 个球中任取 3 个进行全排列：有 $C_5^3 3!=60$ 种；

（3）令 4 在 D 中，在剩下的 5 个球中任取 3 个进行全排列：有 $C_5^3 3!=60$ 种；

（4）令 2 在 B 中，4 在 D 中，在剩下的 4 个球中任选 2 个进行全排列：有 $C_4^2 2!=12$ 种；

综上：因此不同的方法为：360-60-60+12=252 种，选 C.

73、设取 x 个红球，y 个白球，于是：

$\begin{cases}2x+y\ge 7\\ x+y=5\end{cases}$，其中 $\begin{cases}0\le x\le 4\\ 0\le y\le 6\end{cases}$，$\therefore \begin{cases}x=2\\ y=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=3\\ y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=4\\ y=1\end{cases}$

因此所求的取法种数是：$C_4^2C_6^3+C_4^3C_6^2+C_4^4C_6^1=186$.选 B.

74、先将电影票按照连号的情况分组如下：编号为 1～6 的电影票按连续编号可以分为:[12,34],[23,45],[34,56],[12,56],[23,56],[12,45]共 6 种(剩下两张为单张)，然后每种分给 4 个人，可以全排列 4!，所以总的分法 6×4！=144 种，选 D.

75、⑴3 名有 1 名老队员则在 1 或 2 或 3,故有 $C_2^1C_3^1C_3^2 2!=36$；⑵3 名有 2 名老队员则在 1 和 3,2 和 3,故有 $2C_3^1 2!=12$，所以共有 48 种. 选 A.

76、23145---------------25431 有 17 个（不包括 23145）

31245---------------35421 有 4×3×2×1=24 个；41235---------------43521 有 17 个（不包括 43521），所以共 17+24+17=58 个，选 C.

77、三名主力在第一、三、五位置时全排列 3！=6；二、四位置在七名队员中选出两位 $C_7^2=21$，再全排列 2！=2，则 6×21×2=252，选 B.

78、当使用四种颜色时，按序号涂色，知 $C_4^1C_3^1C_2^1C_1^1C_2^1=48$，有 48 种着色方法；当仅使用三种颜色时：从 4 种颜色中选取 3 种有 C_4^3 种方法，先着色第一区域，有 3 种方法，剩下 2 种颜色涂四个区域，只能是一种颜色涂第 2、4 区域，另一种颜色涂第 3、5 区域，有 2 种着色方法，由乘法原理有 $C_4^3\times3\times2=24$ 种.综上共有：$48+24=72$ 种.

79、依题意只能选用 4 种颜色，要分四类：

（1）②与⑤同色、④与⑥同色，则有 $4!$；（2）③与⑤同色、④与⑥同色，则有 $4!$；

（3）②与⑤同色、③与⑥同色，则有 $4!$；（4）③与⑤同色、② 与④同色，则有 $4!$；

（5）②与④同色、③与⑥同色，则有 $4!$；所以根据加法原理得涂色方法总数为 $5\cdot4!$=120.

80、将 3 种作物种植在 5 块试验田里(连成一排)每块种一种作物,且相邻的试验田不能种同一种作物，就是第一块可以种 3 种不同的植物，第二块与第一块不同，就只能种 2 种不同的植物，余下的几块都只能种 2 种不同的植物. 但要注意：这样会造成 5 块田只种 2 种植物的情况，应排除之. 故 $C_3^1C_2^1C_2^1C_2^1C_2^1-2C_3^2=42$，选 A.