第一章　实数、比例、绝对值

1. **D**　根据有理数是有限小数或无限循环小数，可得答案. 因此$\frac{22}{7}$，0，$\sqrt{36}$，-1.414是有理数，故选 D.

2. **A**　(1)错误，因为有理数还包括 0；(2)错误，因为无限循环小数是有理数；(3)错误，因为边长为$\sqrt{0.9}$，为无理数；(4)错误，分数都是有理数.

3. **D**　最大公约数与最小公倍数问题，可以根据定义来解决. 这两个数的最大公约数是$91\div(12+1)=7$，最小公倍数是$7\times12=84$，故两个两位数应为 21 和 28.

4. **C**　这道例题中隐含了最大公约数的关系. “截成相等的小段”，即为求三个数的公约数，“最少可截成多少段”，即为求最大公约数. 每小段的长度是 120、180、300 的约数，也是 120、180 和 300 的公约数. 120、180 和 300 的最大公约数是 60，所以每小段的长度最大是 60 厘米，一共可截成$120\div60+180\div60+300\div60=10$段.

5. **C**　因为三个数a，b，c的和是奇数，则为两偶一奇或者三个奇数；并且$a-b=3$，则a与b为一奇一偶. 综上可得，三个数为两偶一奇.

6. **C**　因为三个数a，b，c的和是奇数，则为两偶一奇或者三个奇数；并且$a\times b\times c=$偶数，则至少有一个为偶数. 综上可得，三个数为两偶一奇.

7. **D**　因为两个质数的和等于奇数，所以必有一个是 2，所求的两个质数是 2 和$a-2$.

8. **E**　分解质因数：4 个质数a，b，c，d它们的积等于 210，即$abcd=2\times3\times5\times7$，则$2+3+5+7=17$.

9. **E**　采用列举法，从小到大穷举得到，24，25，26，27 满足题干，故$24+25+26+27=102$.

10. **D**　由题得到质数P一定为偶数，则P必然为 2，那么Q为 9，则$PQ=18$.

11. **D**　观察所给的四个数发现：$4.5\times\frac{1}{2}=7.5\times\frac{3}{10}=2.25$，根据比例性质得到内项乘积为 2.25.

12. **C**　根据$x:y:z=1:3:5$，可令$x=k$，$y=3k$，$z=5k$，代入所求式子得到$-\frac{5}{3}$.

13. **E**　当$x+y+z=0$时，$\frac{x}{y+z}=-1$；

当$x+y+z\neq0$时，$\frac{y+z}{x}=\frac{x+z}{y}=\frac{x+y}{z}=\frac{2(x+y+z)}{x+y+z}=2\Rightarrow\frac{x}{y+z}=\frac{1}{2}$.

14. **A**　根据绝对值的定义，到原点的距离即为绝对值的大小，进行选择即可.

由图知，点B，A，C到原点的距离逐渐增大，即$|c|>|a|>|b|$，故选 A.

15. **C**　先找出s、t值的范围，再利用不等式概念求出$s-t+1$值的范围，进而可求出答案.

由图可知$-1<s<t<0$，所以$-1<s-t<0$，即$0<s-t+1<1$，故$0<|s-t+1|<1$，即R点会落在CD上，故选 C.

16. **B**　由条件(1)，$m=0.\dot{1}\dot{2}+0.\dot{2}\dot{3}+0.\dot{3}\dot{4}+0.\dot{4}\dot{5}+0.\dot{5}\dot{6}+0.\dot{6}\dot{7}+0.\dot{7}\dot{8}=\frac{12+23+\cdots+78}{99}\neq\frac{287}{90}$,

不充分；

由条件(2)，$m=0.1\dot{2}+0.2\dot{3}+0.3\dot{4}+0.4\dot{5}+0.5\dot{6}+0.6\dot{7}+0.7\dot{8}$

$=\dfrac{11+21+\cdots+71}{90}=\dfrac{287}{90}$，充分.

17. **C** 显然两个条件单独不充分，联合分析得到：由条件(1)知，$m-2$ 能被 3 整除，由条件(2)知，$m-2$ 能被 5 整除，从而 $m-2$ 能被 15 整除，即 m 除以 15 的余数为 2. 联合充分.

18. **C** 显然两个条件单独不充分，联合分析得到：由条件(1)知，$m+1$ 能被 3 整除，由条件(2)知，$m+1$ 能被 5 整除，从而 $m+1$ 能被 15 整除，即 m 除以 15 的余数为 14. 联合充分.

19. **E** 由条件(1)，当 $m=2$ 时不充分，由条件(2)，当 $m=4$ 时不充分.

20. **A** 由条件(1)得到 $a=\sqrt{5+2\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，其小数部分为 $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}-3$.

从而 $\dfrac{1}{a}+b=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\sqrt{3}+\sqrt{2}-3=2\sqrt{3}-3$，充分.

由条件(2)得到 $a=\sqrt{5-2\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$，其小数部分为 $b=\sqrt{3}-\sqrt{2}$.

从而 $\dfrac{1}{a}+b=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\sqrt{3}-\sqrt{2}=2\sqrt{3}$，不充分.

21. **C** 显然两个条件单独不充分，联合起来得到：

$\begin{cases}m+6=k^2\\m-5=n^2\end{cases}\Rightarrow k^2-n^2=11\Rightarrow(k+n)(k-n)=11$，由于 k 和 n 也为整数，故有

$\begin{cases}k+n=11\\k-n=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k+n=1\\k-n=11\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k+n=-11\\k-n=-1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k+n=-1\\k-n=-11\end{cases}$

解得：$\begin{cases}k=6\\n=5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k=6\\n=-5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k=-6\\n=-5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}k=-6\\n=5\end{cases}$，从而得到 $m=30$.

[评注] 由于 n 和 k 的符号不影响 m 的数值（因为是平方数），故为简便讨论，可以设 n 和 k 都是非负整数，这样可以直接得到 $k=6$，$n=5$.

22. **C** 条件(1)和(2)单独显然不充分，两个条件联合：由 $10<a<b<c<20$，b 和 c 为质数，10 到 20 之间的质数为 11，13，17，19. 故 $a=15$，$b=17$，$c=19$，$a+b=32$，联合起来充分.

23. **B** 由于 $|x-2|+|x+1|$ 的最小值为 3，所以当 $a<3$ 时，方程无实根，故条件(2)充分.

24. **D** 若一元二次方程没有实根，则判别式小于 0. 由条件(1)得到：$\Delta=4a^2-8(3a-4)<0$，解得 $2<a<4$，从而 $\sqrt{a^2-8a+16}+|2-a|=\sqrt{(a-4)^2}+|2-a|=4-a+a-2=2$，充分. 同理，条件(2)也充分.

25. **D** 由条件(1)得：$\dfrac{1}{yz}:\dfrac{1}{xz}:\dfrac{1}{xy}=\dfrac{xyz}{yz}:\dfrac{xyz}{xz}:\dfrac{xyz}{xy}=x:y:z=4:5:6$，充分.

由条件(2)得：$(x+y):(y+z):(z+x)=9:11:10$，设 $x+y=9k$，$y+z=11k$，$z+x=10k$，则 $x=4k$，$y=5k$，$z=6k$，也充分.

第二章　应用题

1. **E**　这批蔬菜共有 $50\times30=1500$（千克），则后来这批蔬菜可以吃 $1500\div(50+10)=25$ 天.
2. **D**　每天从甲站开往乙站 28 辆，从乙站开往甲站 24 辆，相当于每天从甲站开往乙站 $(28-24)$ 辆. 把几天以后甲站的车辆数当作 1 倍量，这时乙站的车辆数就是 2 倍量，两站的车辆总数 $(52+32)$ 就相当于 $(2+1)$ 倍，那么，几天以后甲站的车辆数减少为 $(52+32)\div(2+1)=28$ 辆，所求天数为 $(52-28)\div(28-24)=6$ 天.
3. **B**　由题意得甲船速+水速 $=360\div10=36$，甲船速−水速 $=360\div18=20$.
   可见 $(36-20)$ 相当于水速的 2 倍，所以，水速为 $(36-20)\div2=8$ 千米/小时.
   又因为，乙船速−水速 $=360\div15$，所以，乙船速为 $360\div15+8=32$ 千米/小时.
   乙船顺水速度为 $32+8=40$ 千米/小时，所以，乙船顺水航行 360 千米需要 $360\div40=9$ 小时.
4. **A**　设甲单独 a 天可完成，乙单独 b 天可完成，丙单独 c 天可完成，由题得到：
   $$\begin{cases}\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{1}{6}\\ a=b-5\\ \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{10}\end{cases}\Rightarrow a=10,\ b=15,\ c=30\Rightarrow5\times\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{30}\right)=\frac{2}{3}.$$
5. **C**　水壶在前 20 分钟被水冲走的距离是 $\frac{20}{60}\times3=1$ 千米，此时艇走了 $(9+3)\times\frac{20}{60}=4$ 千米，返回直到相遇所用时间是一样的，所以水壶这段时间走的路程 x 除以水流速度与小艇逆水走的路程除以速度的值是相等的，列方程有 $\frac{x}{3}=\frac{4-1-x}{6}\Rightarrow x=1$ 千米，所以水壶总共走的距离是 $1+1=2$ 千米.
6. **B**　等量关系：这两组人同时完工，即加工 A、B 零件的时间相等.
   设 x 人加工 A 型零件，加工 B 型零件的有 $(224-x)$ 人.
   $\frac{6000}{x\cdot5k}=\frac{2000}{(224-x)\cdot3k}$，解得 $x=144$.
7. **E**　将所有零件看成 1 份，故甲的工作效率为 $\frac{1}{10}$，乙的工作效率为 $\frac{1}{16}$，从而零件共有
   $$\frac{540}{1-\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{16}\right)\times2}=800\text{ 个}.$$
8. **D**　**方法一：**可用浓度计算公式直接求解，设加入浓度为 23%的溶液 x 克，则根据题意可列出方程：$\frac{600\times18\%+x\times23\%}{x+600}=20\%$，所以可解出 $x=400$.

方法二：可用十字交叉法求解，$\begin{array}{ccc} 18\% & & 3\% \\ & \diagdown \quad \diagup & \\ & 20\% & \\ & \diagup \quad \diagdown & \\ 23\% & & 2\% \end{array}$，所以 18% 和 23% 的溶液之比为 3∶2，所以加入的浓度为 23% 的溶液为$\dfrac{600\times2}{3}=400$.

9. **C** 设只参加数学、物理、化学一个竞赛的人数分别为 x，y，z，只参加数学和物理两个竞赛的人数为 a，只参加数学和化学两个竞赛的人数为 b，只参加物理和化学两个竞赛的人数为 c.

$$\begin{cases}x+a+b+89=203\\y+a+c+89=179\\z+b+c+89=165\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+a+b=114\\y+a+c=90\\z+b+c=76\end{cases}$$

又因为 $x+y+z=140$，故 $a+b+c=70$，即总人数为 $x+y+z+a+b+c+89=299$，选 C.

10. **A** 儿子年龄$=27\div(4-1)=9$ 岁，所以父子两人今年的年龄分别是 36 岁和 9 岁.

11. **B** “第二次相遇”可以理解为两人跑了两圈. 因此总路程为 400×2，相遇时间$=(400\times2)\div(5+3)=100$ 秒.

12. **B** 相邻两树的间距应是 60、72、96、84 的公约数，要使植树的棵数尽量少，须使相邻两树的间距尽量大，那么这个相等的间距应是 60、72、96、84 的最大公约数 12. 所以至少应植树$(60+72+96+84)\div12=26$ 棵.

13. **D** 手表慢了 10 分钟，就等于晚出发 10 分钟，如果按原速走下去，就要迟到$(10-5)$分钟，后段路程跑步恰准时到学校，说明后段路程跑比走少用了$(10-5)$分钟. 如果从家一开始就跑步，可比步行少 9 分钟，由此可知，行 1 千米，跑步比步行少用$[9-(10-5)]$分钟. 因为步行 1 千米所用时间为 $1\div4=0.25$ 小时$=15$ 分钟，所以跑步 1 千米所用时间为 $15-[9-(10-5)]=11$ 分钟，跑步速度为 $1\div\dfrac{11}{60}\approx5.5$ 千米/小时.

14. **E** 从追上到超过，快车比慢车要多行（$225+140$）米，而快车比慢车每秒多行（$22-17$）米，因此，所求的时间为$(225+140)\div(22-17)=73$ 秒.

15. **A** 车速和车长都没有变，但通过隧道和大桥所用的时间不同，是因为隧道比大桥长. 可知火车在$(88-58)$秒的时间内行驶了$(2000-1250)$米的路程，因此，火车的车速为$(2000-1250)\div(88-58)=25$ 米/秒,进而可知，车长和桥长的和为(25×58)米，因此，车长为 $25\times58-1250=200$ 米.

16. **D** 无论水速多少，两船相遇时间均为 $392\div(28+21)=8$ 小时.

评 注 两船在水中相遇或追及的时间与水速无关.

17. **B** 由条件(1)，小明第一次遇上小亮时，两个人路程和为一圈，即 200 米，此时小亮跑了 $200-50=150$ 米，要知小亮的速度，须知时间，即小明跑 50 米所用的时间. 又知小明跑 200 米用 100 秒，则小明的速度为 2 米/秒，故小亮的速度是 $150\div(50\div2)=6$ 米/秒，不充分.

由条件(2)，第一次相遇时两人路程差为一圈，即 200 米，此时小亮跑了$(200+50)$

米，要知小亮的速度，须知时间，又知小明跑 200 米用 100 秒，则小明的速度为 2 米/秒，所以小亮的速度是 $250\div(50\div2)=10$ 米/秒．充分.

18. **C** 显然两个条件单独均不充分，联合起来，按照“参加分配的总人数=(盈+亏)÷分配差”的数量关系：小朋友的人数为$(11+1)\div(4-3)=12$ 人，苹果为 $3\times12+11=47$ 个.

19. **A** 设去年绿地面积为 a，人数为 b，由条件(1)得到：今年绿地面积为 $1.2a$，人数为 $0.8b$，今年人均绿地面积为$\dfrac{1.2a}{0.8b}=\dfrac{1.5a}{b}$，从而人均绿地面积比上年增长了 50%，充分. 由条件(2)得到：今年绿地面积为 $1.2a$，人数为 $0.9b$，今年人均绿地面积为$\dfrac{1.2a}{0.9b}\approx\dfrac{1.33a}{b}$，从而人均绿地面积比上年增长了大约 33%，不充分.

评 注 为简便计算，也可以直接令 a 和 b 为 1.

20. **D** 由条件(1)可得：“从甲车取下 14 筐放到乙车上，结果甲车比乙车还多 3 筐”，这说明甲车是大数，乙车是小数，甲与乙的差是$(14\times2+3)$，甲与乙的和是 97，因此甲车筐数$=(97+14\times2+3)\div2=64$ 筐，乙车筐数$=97-64=33$ 筐，充分. 同理条件(2)也充分.

21. **A** 由条件(1)得：桥的一边有电杆 $500\div50+1=11$ 个，桥的两边有电杆 $11\times2=22$ 个，大桥两边可安装路灯 $22\times2=44$ 盏，充分. 由条件(2)得：桥的一边有电杆 $500\div25+1=21$ 个，桥的两边有电杆 $21\times2=42$ 个，大桥两边可安装路灯 $42\times1=42$ 盏，不充分.

22. **D** 火车所行的路程，就是桥长与火车车身长度的和.
由条件(1)，火车 3 分钟行 $900\times3=2700$ 米，则这列火车长 $2700-2400=300$ 米，同理条件(2)也充分.

23. **A** 由条件(1)，设总工作量为 1，则甲每小时完成 1/6，乙每小时完成 1/8，甲比乙每小时多完成（1/6−1/8)，二人合做时每小时完成（1/6+1/8). 因为二人合做需要$[1\div(1/6+1/8)]$小时，这个时间内，甲比乙多做 24 个零件，所以每小时甲比乙多做 $24\div[1\div(1/6+1/8)]=7$ 个，故这批零件共有 $7\div(1/6-1/8)=168$ 个，充分. 同理，条件(2)不充分.

另 解 两人合做，完成任务时甲、乙的工作量之比为 1/6 ∶ 1/8=4 ∶ 3，由此可知，甲比乙多完成总工作量的$(4-3)/(4+3)=1/7$，所以，这批零件共有 $24\div1/7=168$ 个.

24. **B** 注（排）水问题是一类特殊的工程问题. 往水池注水或从水池排水相当于一项工程，水的流量就是工作量，单位时间内水的流量就是工作效率.
要 2 小时内将水池注满，即要使 2 小时内的进水量与排水量之差刚好是一池水. 为此需要知道进水管、排水管的工作效率及总工作量（一池水).
设每个同样的进水管每小时注水量为 1，则 4 个进水管 5 小时注水量为（$1\times4\times5$)，2 个进水管 15 小时注水量为$(1\times2\times15)$，从而可知每小时的排水量为$(1\times2\times15-1\times4\times5)\div(15-5)=1$，即一个排水管与每个进水管的工作效率相同.

由此可知一池水的总工作量为$1\times4\times5-1\times5=15$，又因为每个进水管2个小时的注水量为$1\times2$，所以，2小时内注满一池水至少需要进水管$(15+1\times2)\div(1\times2)=8.5\approx9$个. 所以条件(1)不充分，条件(2)充分.

25. **A** 由条件(1)，平均速度$=\dfrac{总路程}{总时间}=\dfrac{s+s}{\dfrac{s}{6}+\dfrac{s}{12}}=8$千米/小时，故充分. 同理，条件(2)不充分.

评 注 注意平均速度不是$\dfrac{v_1+v_2}{2}$，平均速度应该是$\dfrac{s+s}{\dfrac{s}{v_1}+\dfrac{s}{v_2}}=\dfrac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$.

第三章　代数式和函数

1. **D**　方法一：因为 $a^2+b^2+c^2-ac-bc-ab=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]$，根据题干有 $a-b=-1$，$b-c=-1$，$c-a=2$，所以原式$\frac{1}{2}[(-1)^2+(-1)^2+2^2]=3$.

方法二：特殊值法. 令 $2019x=-2020$，则 $a=0$，$b=1$，$c=2$，直接代入题目得到答案.

2. **B**　由$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}$，可得$\begin{cases}a=\frac{2}{3}b\\ c=\frac{4}{3}b\end{cases}$，代入，得 $\frac{2a^2-3bc+b^2}{a^2-2ac-c^2}=\frac{19}{28}$.

3. **A**　将 $x=-1$ 代入，可得 $ax^5+bx^3+cx-1=(-1)^5a+(-1)^3b+(-1)c-1=-(a+b+c)-1$；又由 $a+b+c=-2$，得原式$=-(-2)-1=2-1=1$.

4. **C**　$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)=3^2-2\times2=5$.

5. **C**　$\begin{cases}4x+y+10z=169\\ 3x+y+7z=126\end{cases}\Rightarrow x+3z=43$，整理第 2 个方程可以得到 $x+y+z+2(x+3z)=126$ $\Rightarrow x+y+z=126-86=40$.

6. **D**　$a^2+3a+1=0\Rightarrow a+3+\frac{1}{a}=0\Rightarrow a+\frac{1}{a}=-3$.

$a^4+3a^3-a^2-5a+\frac{1}{a}-2=a^2(a^2+3a+1)-2(a^2+3a+1)+a+\frac{1}{a}=a+\frac{1}{a}=-3$.

7. **D**　特值法. 令 $x=0$，等式两边相等，因此$(2y+2m)(-y+n)=-2y^2+5y-2$.

即$\begin{cases}2mn=-2,\\ 2n-2m=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=-\frac{1}{2}\\ n=2\end{cases}$或$\begin{cases}m=-2\\ n=\frac{1}{2}\end{cases}$，代回原式验证，$\begin{cases}m=-\frac{1}{2}\\ n=2\end{cases}$时等式成立，故 $m+n=\frac{3}{2}$.

8. **C**　$(m+n)^2=10$，$(m-n)^2=2$，得 $4mn=8$. 因此 $m^4+n^4=(m^2+n^2)^2-2(mn)^2=[(m+n)^2-2mn]^2-2(mn)^2=36-8=28$.

9. **B**　$9x^2-12xy+m=(3x)^2-2\times3x\times2y+m$，又 $9x^2-12xy+m$ 是平方式，则 $m=4y^2$.

10. **A**　$a=1-\frac{1}{b}=\frac{b-1}{b}$，$c=\frac{1}{1-b}$，所以$\frac{1}{a}+c=\frac{b}{b-1}+\frac{1}{1-b}=\frac{b-1}{b-1}=1$.

11. **A**　根据因式定理，因为 $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$，即

$\begin{cases}f(2)=4a+2b+66=0\\ f(3)=9a+3b+123=0\end{cases}$，解得 $a=-8$，$b=-17$，所以 $a+b=-25$.

12. **A**　$(x+y-z)(x-y+z)-(y+z-x)(z-x-y)=(x+y-z)(x-y+z)+(y+z-x)(x+y-z)=(x+y-z)(x-y+z+y+z-x)=(x+y-z)\cdot2z$，故所含因式是 $x+y-z$.

13. **E**　当 $x=1$ 时，有$(1+1)^2(2-1)=a+b+c+d$，所以 $a+b+c+d=4$.

14. **C**　若 $x\neq\pm1$，去分母得到 $x-3=b(x+1)+a(x-1)$，可以根据两边对应系数相等得到 $a+b=1$，$b-a=-3$，解得 $a=2$，$b=-1$，故 a^2+b^2 的值为 5.

15. **B** 本题采用整体思想分析，否则符号太复杂. 可令 $x=a+1$，$y=b+1$，从而有

$$\frac{1}{y-x}=\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{y-x}{xy}\Rightarrow xy=(y-x)^2\Rightarrow y^2-3xy+x^2=0,$$

得到：$\left(\frac{y}{x}\right)^2-3\left(\frac{y}{x}\right)+1=0\Rightarrow\frac{b+1}{a+1}=\frac{y}{x}=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$.

16. **B** 条件(1)：令 $a=0$，$b=1$，$c=1$，$a^3+a^2c+b^2c-abc+b^3=2\neq0$，条件(1)不充分. 条件(2)：$a^3+a^2c+b^2c-abc+b^3=a^2(a+c)+b^2(b+c)-abc=-a^2b-ab^2-abc=-(a+b+c)ab=0$，条件(2)充分.

17. **D** 条件(1)：$A+B+C=(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2+\pi-3>0$，所以 A，B，C 中至少有一个大于零，条件(1)充分. 条件(2)：$ABC=(x-1)(x+1)(x^2-1)=(x^2-1)^2$，又因为 $|x|\neq1$，所以 $ABC>0$，A，B，C 的符号为一正两负或者三正，所以条件(2)充分.

18. **A** 条件(1)：对于三角形有 $a<b+c$，因此有 $a^2<(b+c)^2\Rightarrow a^2-b^2-c^2-2bc<0$，条件(1)充分. 条件(2)：令 $a=b=c=0$，显然不充分.

19. **D** $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=\frac{1}{2}[(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2]$.

条件(1)：$x-y=5$，$z-y=10$，可得 $z-x=5$，所以$\frac{1}{2}[(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2]=75$，条件(1)充分. 同理，条件(2)也充分.

20. **D** 条件(1)：由 $a+b+c=0$，则$\frac{(a+b)(c+b)(a+c)}{abc}=\frac{-c\times(-a)\times(-b)}{abc}=\frac{-abc}{abc}=-1$，

所以条件(1)充分. 同理，条件(2)也可以推出 $a+b+c=0$，故条件(2)也充分.

21. **B** 条件(1)：令 $a=b=c=\frac{2}{3}$，显然不充分. 条件(2)：由$\frac{bc}{a}+b+c=0$ 可得 $bc+ab+ac=0$，

而$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$，故 $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2=4$，故条件(2)充分.

22. **B** 由条件(1)：$a=3b$，得到$\frac{ax^2+9x+6}{3x^2+bx+2}=\frac{3bx^2+9x+6}{3x^2+bx+2}$，无法确定是定值，不充分.

由条件(2)：$a=9$，$b=3$，得到$\frac{ax^2+9x+6}{3x^2+bx+2}=\frac{9x^2+9x+6}{3x^2+3x+2}=3$，确定是定值，充分.

23. **A** 由条件(1)：$k=-3$，采用双十字相乘法，可以分解为 $x^2-2xy-3y^2+3x-5y+2=(x+y+2)(x-3y+1)$，充分.

由条件(2)：$k=3$，系数无法分解，不充分.

24. **D** 本题中令 $x=1$ 就可以求出数值，对于条件(1)，$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_6=2^6=64$，充分. 同理条件(2)也充分.

25. **D** 由条件(1)：$3(a^2+b^2+c^2)=(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$，移项得

$2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac=0\Rightarrow(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2=0\Rightarrow a=b=c$，充分.

由条件(2)得 $a^3+b^3+c^3-3abc=0$，从而 $a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)$

$=0$，$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2]=0$，得到 $a=b=c$，充分.

第四章　方程和不等式

1. **A**　判别式 $\Delta=(2m+1)^2-4(m-1)=4m^2+5>0$，可以得到方程有两个不相等的实根，因为不知 m 的具体取值，所以无法判断是正根还是负根.

2. **C**　由一元二次方程定义可知，$m\neq 2$. 由原方程有两个不等的实根，可得 $\Delta=(2m+1)^2-4(m-2)^2=20m-15>0$，即 $m>\dfrac{3}{4}$，综上，$m>\dfrac{3}{4}$ 且 $m\neq 2$.

3. **C**　设两根为 x_1，x_2，若两根均为正数，则满足

$$\begin{cases} m-1\neq 0 \\ \Delta=9+4(m-1)\geqslant 0 \\ x_1+x_2=-\dfrac{3}{m-1}>0 \\ x_1x_2=\dfrac{-1}{m-1}>0 \end{cases}$$，解得 $-\dfrac{5}{4}\leqslant m<1$，从而可取 -1 和 0 两个整数.

4. **B**　根据韦达定理：$\dfrac{\alpha^2+\alpha\cdot\beta+\beta^2}{\alpha-\beta}=\dfrac{(\alpha+\beta)^2-\alpha\cdot\beta}{\sqrt{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}}=\dfrac{10-2}{\sqrt{10-8}}=4\sqrt{2}$，所以 $\log_2 4\sqrt{2}=\log_2 2^{\frac{5}{2}}=\dfrac{5}{2}$.

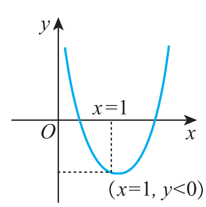
5. **C**　由根与系数的关系及二次函数最小值，可列出方程组

$$\begin{cases} -2+3=-\dfrac{b}{a}, \\ (-2)\times 3=\dfrac{c}{a} \\ \dfrac{4ac-b^2}{4a}=-\dfrac{25}{4} \end{cases}$$，解得 $a=1$，$b=-1$，$c=-6$. 故 $a+b+c=-6$.

6. **D**　由 $|x_1-x_2|=\left|\dfrac{\sqrt{\Delta}}{2}\right|=\left|\dfrac{\sqrt{(a+1)^2-4\times 2(a+3)}}{2}\right|=1$.

所以 $(a+1)^2-8(a+3)=4\Rightarrow a^2-6a-27=0$，因此得到 $a=9$（舍去）或 $a=-3$.

7. **D**　$m<-1$ 时，$\Delta=(m^2+1)^2+4(m^3+1)(m+1)>0$，$x_1x_2=\dfrac{c}{a}=-\dfrac{m+1}{m^3+1}<0$，可知有两个实根且两根异号，$x_1+x_2=-\dfrac{m^2+1}{m^3+1}>0$，正根绝对值大.



8. **A**　如图所示，由于抛物线开口向上，只需 $f(1)<0$ 即可，所以 $f(1)=2\times 1^2+3\times 1+5m=5m+5<0$，得 $m<-1$.

9. **B**　由韦达定理，$m+n=3$，$mn=1$，得 $m=3-n$，则

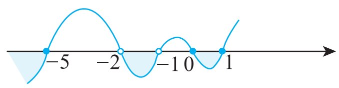
$$\begin{aligned} 2m^2+4n^2-6n &=2m^2+2n^2+2n^2-6n=2(m^2+n^2)+2n(n-3) \\ &=2(m^2+n^2)-2mn=2(m+n)^2-6mn=18-6=12. \end{aligned}$$

10. **A** 画出抛物线，依题意有$\begin{cases}f(0)=2m+6>0,\\f(1)=4m+5<0,\\f(4)=10m+14>0,\end{cases}$ 解得$-\frac{7}{5}<m<-\frac{5}{4}$.

11. **C** 由题干可知一元二次方程的两根为-2和5，由韦达定理，得$\begin{cases}-\frac{b}{a}=-2+5,\\\frac{10}{a}=-2\times5,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=-1,\\b=3,\end{cases}$所以 $a+b=2$.

12. **C** $\frac{10x+2}{x^2+3x+2}\geqslant x+1\Leftrightarrow\frac{x(x+5)(x-1)}{(x+1)(x+2)}\leqslant0$，如图由穿线法可得，原不等式的解集为$\{x\mid x\leqslant-5$ 或 $-2<x<-1$ 或 $0\leqslant x\leqslant1\}$. 故非负整数有 0，1.



13. **E** $x^2-2x-5|x-1|+7=0\Rightarrow x^2-2x+1-5|x-1|+6=0$，配方得到：
$(x-1)^2-5|x-1|+6=0$，
看成$(|x-1|)^2-5|x-1|+6=0$，从而因式分解得到：
$|x-1|=2$ 或 3，所以 $x=-2$，-1，3，4. $-2+(-1)+3+4=4$.

14. **C** 先由$\frac{2k}{x-1}-\frac{x}{x^2-x}=\frac{kx+1}{x}$，得到 $kx^2-(3k-2)x-1=0$，$x\neq0$且 $x\neq1$，分情况讨论：

当 $k=0$ 时，一次方程有唯一解为 $x=\frac{1}{2}$，

当 $k\neq0$ 时，判别式 $\Delta=(3k-2)^2+4k=9k^2-8k+4$，恒为正，此时方程有两个不等的实根，只要舍掉一个实根即可，舍掉 $x=0$ 或 $x=1$，显然 $x=0$ 不满足方程，只能舍掉 $x=1$，将 $x=1$ 代入 $kx^2-(3k-2)x-1=0$，得到 $k=\frac{1}{2}$. 综上，$k=0$ 或 $k=\frac{1}{2}$.

15. **D** 分式方程无解的两种情况：（1）去分母得到的整式方程无解；（2）去分母得到的整式方程有解，但解是分式方程的增根.
先分析第一种情况，去分母得到$(m+1)x=-2$ 无解，所以 $m=-1$.
再分析第二种情况，去分母得到$(m+1)x=-2$，此时有解 $x=\frac{-2}{m+1}$，但是解为增根，从而得到 $x=\frac{-2}{m+1}=3\Rightarrow m=-\frac{5}{3}$，故所有满足题干的 m 之和为$-\frac{8}{3}$.

16. **A** 由条件(1)可得：$ax=a+1-x\Rightarrow x=1$，充分. 由条件(2)可得：$-ax=-a-1-x$，$x=\frac{-a-1}{1-a}$，不充分.

17. **D** 当 $k\neq0$ 时，$kx^2-(k-8)x+1>0$ 恒成立，需满足
$\begin{cases}k>0\\\Delta=(k-8)^2-4k<0\end{cases}$，解得 $4<k<16$. 故两个条件都充分，选 D.

18. **B** 设 x_1 和 x_2 为 $x^2-2x+c=0$ 的两个根，则 $(x_1-x_2)^2=16 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=16 \Leftrightarrow 4-4c=16$. 故 $c=-3$. 所以条件(1)不充分，条件(2)充分.

19. **B** 条件(1)：$\alpha=1$ 或 $\beta=2$，但无法确定 α，β 的确定值，所以条件(1)不充分.

条件(2)：令 $t=x+\dfrac{2}{x}$，则 $t^2=x^2+\dfrac{4}{x^2}+4$.

原方程化为 $t^2-4=3t$，$t^2-3t-4=0$，所以 $t=4$ 或 $t=-1$，

当 $t=4$ 时，即 $x+\dfrac{2}{x}=4$，$x^2-4x+2=0$，所以 $\alpha\beta=2$.

当 $t=-1$ 时，即 $x+\dfrac{2}{x}=-1$，$x^2+x+2=0$，由于 $\Delta<0$，此方程无实根.

所以条件(2)充分.

20. **A** 条件(1)：$x_1+x_2=-\dfrac{3}{a}$，$x_1x_2=-\dfrac{2b}{a}$，$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{a}{3}$，$\dfrac{1}{x_1x_2}=\dfrac{2b}{3}$.

所以有 $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\dfrac{-\frac{3}{a}}{-\frac{2b}{a}}=\dfrac{a}{3} \Rightarrow \dfrac{3}{2b}=\dfrac{a}{3}$， ①

$\dfrac{3}{2b}=-\dfrac{2b}{a} \Rightarrow -3a=4b^2$， ②

联合①②可得，$a=-3$，$b=-\dfrac{3}{2}$，所以 $a=2b$ 成立，条件(1)充分.

条件(2)：$a^2-4b^2=0 \Rightarrow a=\pm 2b$，条件(2)不充分.

21. **E** 分情况讨论 $|x-2|-|2x+1|>1$

(1) 当 $x>2$ 时，有 $|x-2|-|2x+1|=x-2-(2x+1)>1$，解得 $x<-4$，此时无解；

(2) 当 $-\dfrac{1}{2}<x\leqslant 2$ 时，有 $|x-2|-|2x+1|=2-x-(2x+1)>1$，解得 $x<0$，此时解集为 $x\in\left(-\dfrac{1}{2},\ 0\right)$；

(3) 当 $x\leqslant-\dfrac{1}{2}$ 时，有 $|x-2|-|2x+1|=2-x+(2x+1)>1$，解得 $x>-2$，此时解集为 $x\in\left(-2,\ -\dfrac{1}{2}\right]$. 所以此不等式的解集为 $(-2,\ 0)$. 条件(1)和(2)单独均不充分，联合得 $-1\leqslant x\leqslant 0$，也不充分.

22. **E** 条件(1)：$kx+2=5x+k$，可化为 $(k-5)x=k-2$，又因 $x\geqslant 0$，所以 $\begin{cases} k\neq 5 \\ \dfrac{k-2}{k-5}\geqslant 0 \end{cases}$，

解得 $k>5$ 或 $k\leqslant 2$. 所以，条件(1)不充分.

条件(2)：抛物线开口向上，且位于 x 轴上方，则 $\Delta=b^2-4ac<0$. 即 $4k^2-4(7k-10)<0$，解得 $2<k<5$. 所以，条件(2)不充分. 两个条件联合也不充分.

23. **D** 设两根为 x_1，x_2，则 $x_1+x_2=m-1$，$x_1x_2=\dfrac{m^2-7}{4}$，$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=$

$$\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{(m-1)^2-4\times\frac{m^2-7}{4}}=\sqrt{8-2m}.$$

条件(1)：$1<m<2\Rightarrow4<8-2m<6\Rightarrow2<\sqrt{8-2m}<\sqrt{6}$，所以，条件(1)充分.

条件(2)：$-5<m<-2\Rightarrow12<8-2m<18\Rightarrow2\sqrt{3}<\sqrt{8-3m}<3\sqrt{2}$，所以，条件(2)也充分.

24. **D** 由条件(1)：定义域为 $x\geqslant3$，$\sqrt{x-1}+\sqrt{x-3}=2=(\sqrt{x-1}+\sqrt{x-3})(\sqrt{x-1}-\sqrt{x-3})$，得到

$$\begin{cases}\sqrt{x-1}+\sqrt{x-3}=2\\ \sqrt{x-1}-\sqrt{x-3}=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\sqrt{x-1}=\dfrac{3}{2}\\ \sqrt{x-3}=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow x=\frac{13}{4}$$，同理条件(2)也充分.

评 注 对于无理方程，本来应该两边平方处理，但本题用平方差公式巧妙处理，非常简便.

25. **A** 由条件(1)得到：x 的定义域为 $x\geqslant1$，对于 $\sqrt{x-1}>7-x$，分情况讨论：
当 $7-x<0$ 时，得到 $x>7$；
当 $7-x\geqslant0$ 时，两边平方得到 $x-1>(7-x)^2$，解得 $5<x<10$，此时取 $5<x\leqslant7$，
综上，解集为 $x>5$，充分.
由条件(2)得到：定义域为 $x\geqslant1$，此时 $7+x>0$，两边直接平方即可：$x-1<(7+x)^2$，化简得到 $x^2+13x+50>0$，恒成立，故解集为 $x\geqslant1$，不充分.

第五章　数　列

1. **C**　根据等比数列特征，项数为偶数数列时，$S_{偶}=qS_{奇}$，故有

$S_{偶}=a_2+a_4+\cdots+a_{100}=2\times10=20$，故 $S_{100}=10+20=30$.

2. **B**　由 $a_{2013}+a_{2014}>0$，$a_{2013}a_{2014}<0$，且 $a_1>0$，可知 $a_{2013}>0$，$a_{2014}<0$，而

$S_{4026}=\dfrac{4026}{2}(a_1+a_{4026})=2013(a_{2013}+a_{2014})>0$，$S_{4027}=4027a_{2014}<0$，

故 $n=4026$.

3. **C**　由 $a_n=\dfrac{1}{n(n+1)}$，得 $a_n=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+1}$，所以

$S_{10}=a_1+a_2+\cdots+a_{10}=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{10}-\dfrac{1}{11}\right)=1-\dfrac{1}{11}=\dfrac{10}{11}$.

4. **C**　由 $a_5a_{2n-5}=2^{2n}(n\geqslant3)$ 得 $a_n^2=2^{2n}$，因为 $a_n>0$，则 $a_n=2^n$，

故$\log_2a_1+\log_2a_3+\cdots+\log_2a_{2n-1}=1+3+\cdots+(2n-1)=n^2$.

5. **C**　由 $a_4+a_{12}=2a_8$，$a_6+a_{10}=2a_8$ 以及已知得到：$a_8=24$，从而 $2a_9-a_{10}=a_1+7d=a_8=24$.

6. **E**　当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=2+3^{1-1}=3$；

当 $n\geqslant2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=(2+3^{n-1})-(2+3^{n-2})=2\times3^{n-2}$；

把 $n=1$ 代入 $a_n=2\times3^{n-2}$ 中，得 $a_1=2\times3^{-1}=\dfrac{2}{3}$，与 $a_1=3$ 不符.

所以数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\begin{cases}3 & n=1\\ 2\times3^{n-2} & n\geqslant2\end{cases}$.

7. **D**　$a_{n+1}+a_{n+2}+a_{n+3}=S_{n+3}-S_n=(n+3)^2+2(n+3)+5-n^2-2n-5=6n+15$.

8. **C**　由于$\{a_n\}$为等差数列，故 S_5，$S_{10}-S_5$，$S_{15}-S_{10}$ 也成等差数列，则

$2(S_{10}-S_5)=S_5+(S_{15}-S_{10})$，$S_{15}=3S_{10}-3S_5=360-90=270$.

9. **C**　$a_1+a_3+\cdots+a_{99}=(a_2-d)+(a_4-d)+\cdots+(a_{100}-d)$，所以

$S_{100}=(a_1+a_3+\cdots+a_{99})+(a_2+a_4+\cdots+a_{100})=2(a_2+a_4+\cdots+a_{100})-50d=40$，

所以 $a_2+a_4+\cdots+a_{100}=70$.

10. **C**　公差 $d=\dfrac{a_n-a_m}{n-m}=\dfrac{a_9-a_3}{9-3}=\dfrac{a_{12}-a_9}{12-9}=\dfrac{-6}{6}=-1$，

所以 $a_{12}=a_9+3d=3+3\times(-1)=0$.

11. **A**　$(S_{3n}-S_{2n})S_n=(S_{2n}-S_n)^2$，即 $S_{3n}=\dfrac{(S_{2n}-S_n)^2}{S_n}+S_{2n}=9+54=63$.

12. **B**　$a_4+a_6=a_3+a_7=-4$，

由$\begin{cases}a_3a_7=-12\\ a_3+a_7=-4\end{cases}$，解得$\begin{cases}a_3=-6\\ a_7=2\end{cases}$或$\begin{cases}a_3=2\\ a_7=-6\end{cases}$，由于公差为正，故$\begin{cases}a_3=-6\\ a_7=2\end{cases}$.

$d=\dfrac{2-(-6)}{4}=2$，$a_1=a_3-2d=-10$，$S_{20}=20\times(-10)+\dfrac{20\times19}{2}\times2=180$.

13. **D** 由 $a_4^2=a_3a_7$，即 $(a_1+3d)^2=(a_1+2d)(a_1+6d)$，得 $2a_1+3d=0$.

由 $S_8=8a_1+\dfrac{8\times7}{2}d=32$，所以 $2a_1+7d=8$.

联立上面两式，得 $d=2$，$a_1=-3$，所以 $S_{10}=10a_1+\dfrac{10\times9}{2}d=60$.

14. **D** 因为 $S_7=7a_4=7$，所以 $a_4=1$，因为 $S_{15}=15a_8=75$，所以 $a_8=5$.

$d=\dfrac{5-1}{4}=1$，$a_1=a_4-3d=2$，$S_{20}=20a_1+\dfrac{19\times20}{2}d=-40+190=150$.

15. **A** 因为 $b_2\cdot b_4=a_3=b_3^2$，$a_2+a_4=b_3$

所以 $(a_2+a_4)^2=a_3$，$(2a_3)^2=a_3$，$a_3=0$ 或 $a_3=\dfrac{1}{4}$.

因为 $\{b_n\}$ 是等比数列，所以 $a_3=b_2b_4\neq0$，$a_3=0$ 舍去，故 $a_3=\dfrac{1}{4}$，

则 $d=\dfrac{\frac{1}{4}-1}{2}=-\dfrac{3}{8}$，$S_{10}=10\times1+\dfrac{10\times9}{2}\times\left(-\dfrac{3}{8}\right)=-\dfrac{55}{8}$.

16. **A** 条件(1)：$a_2a_3a_4=a_3^3$，$a_6a_7a_8=a_7^3$，$a_2a_8=a_3a_7$，

故原式 $=a_3^3+3a_3^2a_7+3a_3a_7^2+a_7^3=(a_3+a_7)^3=-8$，所以 $a_3+a_7=-2$，条件(1)充分.

条件(2)：显然不充分.

17. **A** 条件(1)：原式可化为 $\begin{cases}a_1(q^4+q^5)=48\\a_1(q^6-q^4)=48\end{cases}$，解得 $a_1=1$，$q=2$.

故 S_{10} 的值可确定，充分.

条件(2)：解得 $a_5=a_6=3$ 或 $a_5=a_6=-3$，故 S_{10} 不能确定，不充分.

18. **B** 条件(1)：由 $d>0$，可得等差数列 $\{a_n\}$ 是递增数列，又因为 $a_1<0$，所以此数列前若干项为负数，而从某项起以后各项均为非负数，故此数列 S_n 中，只存在最小值，而无最大值，条件(1)不充分.

条件(2)：由 $a_1=23>0$，$d=-4<0$，可得等差数列 $\{a_n\}$ 是递减数列，且其前若干项为非负数，从某项起以后各项均为负数，将所有非负数项相加，所得 S_n 必最大. 令 $a_n\geqslant0$，即 $23+(n-1)\times(-4)\geqslant0$，解得 $n\leqslant\dfrac{27}{4}$. 因为 $n\in\mathbf{N}_+$，可得 $n\leqslant6$，所以 a_6 后面的所有项均为负数，即 S_6 最大，条件(2)充分.

19. **D** 条件(1)：$a_1=20$，$a_{15}=-8$，$|S_{15}|=\left|\dfrac{15\times(20-8)}{2}\right|=90$，条件(1)充分；同理条件(2)也充分.

20. **C** 条件(1)：$a_2+a_4+a_6=a_1+a_3+a_5+3d=3(a_1+a_3+a_5)$，整理，可得 $d=2a_3$，条件(1)不充分. 条件(2)：$a_3+a_4=2a_3+d=4$，条件(2)不充分.

联合条件(1)和(2)：$\begin{cases}d=2a_3\\2a_3+d=4\end{cases}$，解得 $a_3=1$，$d=2$，

则 $(a_1+a_3+a_5)-(a_2+a_4+a_6)=-3d=-6$，所以条件(1)和(2)联合起来充分.

21. **D** 条件(1)：$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=20$，因为 $a_1+a_5=a_2+a_4=2a_3$，

所以 $5a_3=20$，$a_3=4$，条件(1)充分.

条件(2)：$a_3=S_3-S_2=14\times3-2\times3^2-(14\times2-2\times2^2)=4$，条件(2)充分.

22. **D** 条件(1)：$S_n=\frac{1}{8}(9^n-1)$，满足等比数列前 n 项和的特点，所以条件(1)充分.

条件(2)：$S_n=\left(\frac{3}{2}\right)^n-1$，满足等比数列前 n 项和的特点，所以条件(2)充分.

23. **C** 显然两个条件单独都不充分，只有联合.

由条件(1)求出 $a_4=5$，由条件(2)求出 $a_6=1$，得 $a_5=3$，因此 $S_9=9a_5=27$.

24. **B** $a_1=81$，$d=-7$，直接令 $a_n=a_1+(n-1)d=0$，解得 $n=\frac{88}{7}=12\frac{4}{7}$，

最接近 0 的是第 13 项，所以条件(1)不充分，条件(2)充分.

25. **A** 因为 $a_n=\log_{n+1}(n+2)=\frac{\lg(n+2)}{\lg(n+1)}$，

所以 $a_1a_2\cdots a_k=\frac{\lg3}{\lg2}\cdot\frac{\lg4}{\lg3}\cdot\cdots\cdot\frac{\lg(k+2)}{\lg(k+1)}=\frac{\lg(k+2)}{\lg2}$.

条件（1）：当 $k=62$ 时，$a_1a_2\cdots a_k=\frac{\lg64}{\lg2}=\frac{6\lg2}{\lg2}=6$，充分.

条件（2）：当 $k=30$ 时，$a_1a_2\cdots a_k=\frac{\lg32}{\lg2}=\frac{5\lg2}{\lg2}=5$，不充分.

第六章　平面几何

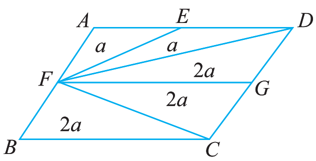
1. **C**　由题可得三角形的三条边长分别为 5，6，7. 所以 $p=\dfrac{5+6+7}{2}=9$，

三角形面积为 $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\sqrt{9\times4\times3\times2}=6\sqrt{6}$.

2. **A**　设矩形相邻的两条边长分别为 a 和 b，由题可得

$$\begin{cases}2(a+b)=20\\2(a^2+b^2)=104\end{cases}\Rightarrow S=ab=24.$$

3. **C**　设△AEF 的面积为 a，连接 FD，作 $FG/\!/AD$ 交 CD 于 G，根据底高比例求出其他三角形的面积如图所示，从而平行四边形总面积 $=a+a+2a+2a+2a=88$，得到 $a=11$，故四边形 $DEFC$ 的面积为 $5a=55$.



4. **B**　因为△ABC 是等边三角形，

所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}AB^2=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$.

在 Rt△EDB 中，$\angle B=60°$，$\angle BED=90°-60°=30°$，

$BD=\dfrac{1}{3}AB=1$，$DE=\sqrt{BE^2-BD^2}=\sqrt{3}$，得到 $S_{\triangle EDB}=\dfrac{1}{2}DE\cdot BD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

四边形 $ADEC$ 的面积 $S_{四边形ADEC}=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle EDB}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{7}{4}\sqrt{3}$.

5. **E**　梯形高 $h=r$，上底 $=2r$，下底 $=2r+2\cdot\dfrac{r}{\sqrt{3}}=2r\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$，由 $\dfrac{1}{2}\pi r^2=2$，得到 $r^2=\dfrac{4}{\pi}$.

所以梯形面积为 $S=\dfrac{1}{2}r\left[2r+2r\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)\right]=\left(2+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)r^2=\left(2+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)\dfrac{4}{\pi}$.

6. **A**　根据面积Ⅰ比面积Ⅱ大 7，即 $S_{\text{Ⅱ}}=S_{\text{Ⅰ}}-7$，则

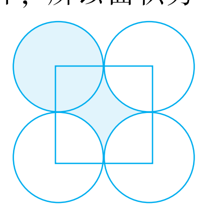
$S_{\triangle ABC}=S_{\text{Ⅲ}}+S_{\text{Ⅱ}}=S_{\text{Ⅲ}}+S_{\text{Ⅰ}}-7=S_{半圆}-7=\dfrac{\pi}{2}\times\left(\dfrac{20}{2}\right)^2-7=50\pi-7$.

7. **E**　两条对角线长分别是 12 和 16，则菱形的边长为 10，故周长为 40.

菱形面积为 $S=\dfrac{1}{2}l_1l_2=\dfrac{12\times16}{2}=96$.

8. **D**　设小圆半径为 r，大圆半径为 R. 因为正方形面积为 36，故 $4r^2=36$，得 $r=3$；大圆半径为 R，显然有 $R=\sqrt{2}r$. 将阴影部分通过转动移在一起构成半个圆环，所以面积为 $\dfrac{1}{2}\pi(R^2-r^2)=4.5\pi$.

9. **C**　把左上角的圆分成四等分，分别放在中间，补成一个边长为 2 的正方形，如图所示，所以面积为 $2\times2=4$.



10. **D** 阴影部分为两个三角形，但三角形 AEF 的面积无法直接计算．由于 $AE=ED$，连接 DF，可知 $S_{\triangle AEF}=S_{\triangle EDF}$（等底等高），采用移补的方法，将所求阴影部分转化为求三角形 BDF 的面积．因为 $BD=\frac{2}{3}BC$，所以 $S_{\triangle BDF}=2S_{\triangle DCF}$．又因为 $AE=ED$，所以 $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle BDF}=2S_{\triangle DCF}$．因此，$S_{\triangle ABC}=5S_{\triangle DCF}$．由于 $S_{\triangle ABC}=8$，所以 $S_{\triangle DCF}=8\div5=1.6$，则阴影部分的面积为 $1.6\times2=3.2$.

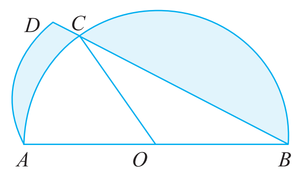
11. **B** 由 $BD=2DC$，则 $S_{\triangle ABD}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABC}$，又 $DE=\frac{1}{2}AE$，则 $S_{\triangle EBD}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABD}$，已知 $S_{\triangle EBD}=5$，则 $S_{\triangle ABD}=15$，故 $S_{\triangle ABC}=\frac{3}{2}S_{\triangle ABD}=22.5$.

12. **E** 已知 $S_{\triangle BOC}$ 是 $S_{\triangle DOC}$ 的 2 倍，且高相等，可知 $BO=2DO$；由 $S_{\triangle ABD}$ 与 $S_{\triangle ACD}$ 相等（等底等高）可知 $S_{\triangle ABO}$ 等于 6，而 $\triangle ABO$ 与 $\triangle AOD$ 的高相等，底是 $\triangle AOD$ 的 2 倍．所以 $\triangle AOD$ 的面积为 $6\div2=3$. 故梯形面积等于 $3+6+6+12=27$.

13. **A** 由于 E，F 三等分 BD，所以三角形 ABE、AEF、AFD 是等底等高的三角形，它们的面积相等．同理，三角形 BEC、CEF、CFD 的面积也相等．由此可知，三角形 ABD 的面积是三角形 AEF 面积的 3 倍，三角形 BCD 的面积是三角形 CEF 面积的 3 倍，从而得出四边形 $ABCD$ 的面积是四边形 $AECF$ 面积的 3 倍．四边形 $ABCD$ 的面积为 $15\times3=45$.

14. **A** 第一只蚂蚁沿圆周以每秒 3 毫米的速度爬行，其爬行的长度为圆周长 9 厘米，需要 30 秒，第二只蚂蚁沿长方形的边以每秒 5 毫米速度爬行，其爬行的长度为矩形周长 14 厘米，需要 28 秒，故两者相差 2 秒.

15. **D** 如图连接圆心，$\angle AOC=2\angle ABC=60°$，阴影部分的周长为



$$\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BC}+CD+BC=\frac{1}{12}\times2\pi\times AB+\pi\times AO+AB$$

$$=\frac{1}{12}\times2\pi\times18+\pi\times9+18=12\pi+18.$$

16. **D** $S=\frac{1}{2}a\cdot h_a=\frac{1}{2}b\cdot h_b=\frac{1}{2}c\cdot h_c\Rightarrow a:b:c=\frac{1}{h_a}:\frac{1}{h_b}:\frac{1}{h_c}$，由条件(1)可以得到三边比例为 $a:b:c=\frac{1}{\sqrt{2}}:\frac{1}{\sqrt{3}}:\frac{1}{\sqrt{6}}=\sqrt{3}:\sqrt{2}:1$，满足勾股定理，从而是直角三角形，充分；同理条件(2)也充分．

17. **D** 由条件(1)，根据梯形的蝶形定理得到：三角形 COD 的面积为 15，三角形 AOD 的面积为 5，三角形 BOC 的面积为 45，从而梯形 $ABCD$ 的面积为 $15+15+5+45=80$，充分. 同理，条件(2)也充分．

18. **A** 由条件(1)，采用割补法，阴影面积相当于矩形面积的一半，故充分．

由条件(2)，阴影面积 $S=\left(\frac{\pi\cdot4^2}{4}-\frac{1}{2}\times4^2\right)\times2=8(\pi-2)$，不充分．

19. **C** 显然两个条件单独均不充分，联合起来，根据角平分线的性质：

$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}=\frac{4}{7}\Rightarrow$设 $BD=4k$，$CD=7k$，

根据 E 为中点，$BC=11k$，$BE=CE=5.5k$，

$DE=BE-BD=5.5k-4k=1.5k$，

再根据平行比例关系得到$\frac{FC}{AC}=\frac{CE}{CD}=\frac{5.5}{7}\Rightarrow FC=5.5$. 联合充分 .

20. **D** 由条件(1)，如果已知菱形的周长，则可以得到菱形的边长，由于对角线将其分成四个全等的直角三角形，又已知一条对角线的长度，所以可以求出直角三角形的面积，故充分 . 由条件(2)，菱形的面积等于对角线之积的一半，所以也充分 .

21. **D** 由条件(1)，设图 a 的半径为 r，则阴影部分的周长为 $\pi r+2r$，设图 b 两圆的半径分别为 r_1 和 r_2，则 $r_1+r_2=r$，阴影部分的周长为 $\pi r_1+\pi r_2+2r_1+2r_2=\pi r+2r$，故充分 .

由条件(2)，设图 a 两圆的半径为 r，则阴影部分的周长为 $\pi r+2r$，设图 b 两圆的半径为 r，则阴影部分的周长为 $\pi r+2r$，故充分 .

22. **D** 由条件(1)得到，三角形面积 $S=\frac{1}{2}\cdot r\cdot(a+b+c)$，故充分 . 由条件(2)，由于三角形四心合一，可知是等边三角形，再根据外接圆半径可以求出边长，从而可以确定三角形面积 .

23. **E** 由条件(1)，阴影面积为 $S=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2-\frac{\pi}{2}\times 2^2=4\sqrt{3}-2\pi$，不充分.

由条件(2)，阴影面积为 $S=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2-\frac{\pi}{2}\times 3^2=9\sqrt{3}-\frac{9}{2}\pi$，不充分 .

24. **D** 根据弧长=圆心角×半径，所以两个条件都充分 .

25. **A** 由条件(1)，设另外的直角边长为 b，斜边长为 c，根据勾股定理得：$11^2+b^2=c^2\Rightarrow(c+b)(c-b)=121$，又由于三边为整数，且 $c+b>c-b$，所以只能 $c+b=121$，$c-b=1$，从而可以解得 $c=61$，$b=60$，所以三角形面积为 330，充分 .

由条件(2)，最长边长为 25. 三角形三边长有可能是 15，20，25 或 7，24，25，所以不充分 .

第七章　解析几何

1. **C**　根据中点坐标公式，得$\begin{cases}1=\dfrac{m+3}{2}\\3=\dfrac{n+4}{2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=-1\\n=2\end{cases}$.

2. **E**　由两直线垂直得到$(a+2)(a-1)+(1-a)(2a+3)=0$，解得$a^2=1$，所以$a=\pm1$.

3. **E**　直线方程整理为$m(x+2y-1)+5-x-y=0$，对任意实数m都成立，则有$\begin{cases}x+2y-1=0\\5-x-y=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=9\\y=-4\end{cases}$.

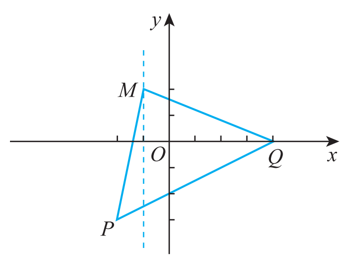
4. **B**　圆的方程可化为$x^2+(y-6)^2=3^2$. 画图可以得到过原点两条切线的夹角为$\dfrac{\pi}{3}$，故劣弧所对的圆心角为$\dfrac{2\pi}{3}$. 所以劣弧长为$l=\dfrac{2\pi}{3}r=2\pi$.

5. **C**　直线不过第一象限，则该直线的斜率$-\dfrac{a}{b}<0$，即$ab>0$.

根据直线不经过第一象限，则该直线在y轴上的截距$-\dfrac{c}{b}\leqslant0$，即$\dfrac{c}{b}\geqslant0$，

所以$c=0$或c与b同号．又因为a与b同号，所以c与a同号，即$ac\geqslant0$.

6. **C**　MP的斜率为$k_1=\dfrac{2-(-3)}{-1-(-2)}=5$，$MQ$的斜率为



$k_2=\dfrac{2-0}{-1-4}=-\dfrac{2}{5}$，

从图中可知，如果与线段PQ相交，则所求范围为$\left(-\infty,-\dfrac{2}{5}\right]\cup[5,+\infty)$

7. **A**　设l和$x-3y+10=0$的交点为$P(a,b)$，则l和$2x+y-8=0$的交点为$Q(-a,2-b)$，根据题意，有$\begin{cases}a-3b+10=0\\2\times(-a)+2-b-8=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=-4\\b=2\end{cases}$.

所求直线即AP，方程为$\dfrac{y-1}{2-1}=\dfrac{x-0}{-4-0}$，即$x+4y-4=0$.

8. **D**　采用截距式，设所求直线为$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$，则$\begin{cases}\dfrac{8}{a}+\dfrac{6}{b}=1\\\dfrac{1}{2}|ab|=12\end{cases}$.

令$ab=24$，则$\begin{cases}8b+6a=24\\ab=24\end{cases}$无解；令$ab=-24$，则$\begin{cases}8b+6a=-24\\ab=-24\end{cases}$，得$\begin{cases}a=-8\\b=3\end{cases}$

或$\begin{cases}a=4\\b=-6\end{cases}$，所求直线为$-\frac{x}{8}+\frac{y}{3}=1$或$\frac{x}{4}-\frac{y}{6}=1$，即$3x-8y+24=0$或$3x-2y-12=0$.

9. **E** 圆的方程可化为$(x+k)^2+(y+1)^2=25$. 过定点可以做两条直线与圆相切，说明点在圆外，故有$(1+k)^2+(3+1)^2>25$，解得$k<-4$或$k>2$，故k可取到无穷多个整数解.

10. **A** 对于两圆相交求公共弦方程，可以让两圆方程相减，得$2x+6y=0$，即$x+3y=0$.

11. **C** 设所求直线上任意一点为(x, y)，则它关于$x=1$对称的点为$(2-x, y)$，该对称点在直线$x-2y+1=0$上，所以$2-x-2y+1=0$，化简得$x+2y-3=0$.

12. **C** 设直线方程为$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，$a>0$且$b>0$. 因为点$P(1, 4)$在直线上，故$\frac{1}{a}+\frac{4}{b}=1$.

故$a+b=(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{4}{b}\right)=1+4+4\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 5+2\times 2=9$，当且仅当$4\frac{a}{b}=\frac{b}{a}$时等号成立.

即$2a=b$，则$\begin{cases}a=3\\b=6\end{cases}$. 直线方程为$\frac{x}{3}+\frac{y}{6}=1$. 故点$(-1, 5)$不在直线上.

13. **A** 将圆化为标准式：$(x-1)^2+y^2=1$，求出圆心到直线$3x-4y+8=0$的距离

$d=\frac{|3+8|}{\sqrt{9+16}}=\frac{11}{5}$，再减半径可以得到最短距离为$\frac{6}{5}$.

14. **C** 先求出两圆的圆心距$d=\sqrt{5^2+12^2}=13$，再减去两圆半径，可以得到最短距离为$13-2-3=8$.

15. **E** 将圆化为标准式：$(x-2)^2+(y+3)^2=9$，求出圆心到直线$x-2y-3=0$距离

$d=\frac{|2+6-3|}{\sqrt{1+4}}=\sqrt{5}$（三角形的高），再求弦长$2\sqrt{r^2-d^2}=2\times\sqrt{9-5}=4$（三角形的底），

故三角形的面积$S=\frac{1}{2}\times 4\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$.

16. **A** 将P点代入圆方程：$(3a)^2+(2a)^2<26\Rightarrow a^2<2\Rightarrow |a|<\sqrt{2}$，故条件(1)充分.

17. **B** 设过点A，B的直线方程为$y-4=k(x+2)$，斜率不存在的情况可画图排除，

可知直线与x轴、y轴交点坐标分别为$\left(-\frac{2k+4}{k}, 0\right)$，$(0, 2k+4)$，直线与两坐标轴围成三角形的面积为$S=\frac{1}{2}\left|\frac{2k+4}{k}\cdot(2k+4)\right|$，而直线过$A(a, 1)$，$B(-2, 4)$，斜率为$k=\frac{1-4}{a-(-2)}$，分别代入条件检验：条件(1)，$a=-4$，$k=\frac{1-4}{-4-(-2)}=\frac{3}{2}$，$S=\frac{1}{2}\left|\frac{2k+4}{k}\cdot(2k+4)\right|=\frac{49}{3}\neq 9$，条件(1)不充分. 条件(2)，$a=4$，$k=\frac{1-4}{4-(-2)}=-\frac{1}{2}$，$S=\frac{1}{2}\left|\frac{2k+4}{k}\cdot(2k+4)\right|=9$，条件(2)充分.

18. **B** 根据光的反射原理，先找$Q(1, 1)$关于直线$x+y+1=0$的对称点Q'，可得Q'为$(-2, -2)$，连接PQ'的直线就是入射光线. 根据两点式方程可得，入射光线的方程为$5x-4y+2=0$，所以，只有条件(2)充分.

19. **A** A为圆上一点，设圆心为O，连接AO，则AO与过A点的切线互相垂直.
条件(1)：将$A(1, 1)$代入圆的方程$(x+1)^2+(y-4)^2=13$，等式成立，所以A是圆上

一点.

$k_{AO}=\frac{4-1}{-1-1}=-\frac{3}{2}$，所以过 A 的切线的斜率为$\frac{2}{3}$，条件(1)充分.

条件(2)：将 $A(-3，1)$代入圆的方程$(x+1)^2+(y-4)^2=13$，等式成立，所以 A 是圆上一点. $k_{AO}=\frac{4-1}{-1-(-3)}=\frac{3}{2}$，所以过 A 的切线的斜率为$-\frac{2}{3}$，条件(2)不充分.

20. **B** 条件(1)：直线方程可化为 $3x-4y-2=0$，由点到直线的距离公式，可得 $\frac{|3a-4\times6-2|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{|3a-26|}{5}>4$，解得 $a<2$ 或 $a>\frac{46}{3}$，条件(1)不充分.

条件(2)：根据两平行线间的距离公式，可得$\frac{|3-a|}{\sqrt{2}}<\sqrt{2}$. 解得 $1<a<5$，可推出 $a\leqslant5$，条件(2)充分.

21. **A** 条件(1)，直线过原点和(1，1)点，故直线方程为 $x-y=0$，有 $a=1$，$b=-1$，$a+b=0$，条件(1)充分. 条件(2)，直线过(−1，0)和(0，−1)，故直线方程为 $x+y+1=0$，有 $a=1$，$b=1$，$a+b=2$，条件(2)不充分.

22. **D** l 恒过第一、二、三象限，必须有 $b\neq0$，$ax+by+c=0$，即 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$.

条件(1)：$ab<0$，$bc<0$，可以得到$-\frac{a}{b}>0$，$-\frac{c}{b}>0$. 图像恒过第一、二、三象限，条件(1)充分. 条件(2)：$ab<0$，$ac>0$，可以得到$-\frac{a}{b}>0$，a，c 同号，故又有$-\frac{c}{b}>0$，图像恒过第一、二、三象限，条件(2)也充分.

23. **A** 条件(1)：曲线 C 为 $y=\sqrt{4-x^2}$，即 $x^2+y^2=4(y\geqslant0)$，所以曲线 C 是以原点为圆心，以 2 为半径的圆位于 x 轴上方的半圆，m 是直线 l：$y=x+m$ 的纵截距，画图像可得 $2\leqslant m<2\sqrt{2}$，所以条件(1)充分.

条件(2)：两圆相交，可得 $r_2-r_1<|C_1C_2|<r_2+r_1$，即 $1<\sqrt{m^2+m^2}<3$，

解得$\frac{1}{\sqrt{2}}<m<\frac{3}{\sqrt{2}}$或$-\frac{3}{\sqrt{2}}<m<-\frac{1}{\sqrt{2}}$，所以条件(2)不充分.

24. **A** 当三点在同一条直线上时，无法构成三角形，故 A，B，C 三点共线，斜率 $k_{AB}=k_{AC}$，即$\frac{a^3-b^3}{a-b}=\frac{a^3-c^3}{a-c}$，化简得 $a^2+ab+b^2=a^2+ac+c^2$，整理得：$b^2-c^2+ab-ac=0$，

故$(b-c)(a+b+c)=0$，又 a，b，c 互不相等，$b-c\neq0$，所以 $a+b+c=0$.

条件(1)充分，条件(2)不充分.

25. **A** 条件(1)：将 $|xy|+6-3|x|-2|y|=0$ 分解因式，可得$(|x|-2)(|y|-3)=0$，故所围成的图形是四条直线 $x=\pm2$，$y=\pm3$ 所围成的矩形，边长为 6 和 4，面积 $S=6\times4=24$，充分.

条件(2)：形如 $|ax+b|+|cy+d|=e$ 的方程所构成的图形为菱形，其面积为$\frac{2e^2}{|ac|}$，

故所求面积为 $S=\frac{2\times6^2}{|2\times1|}=36$，不充分.

第八章　立体几何

1. **C**　设原来的圆柱体的底面半径为 r，高为 h，外接球的半径为 R_1，则 $2R_1=\sqrt{(2r)^2+h^2}$，则现在的圆柱体的底面半径为 $2r$，高为 $2h$，外接球的半径为 R_2，则 $2R_2=\sqrt{(4r)^2+(2h)^2}=4R_1\Rightarrow R_2=2R_1$，故体积为原来的 8 倍.

2. **E**　一球体的表面积增加到原来的 9 倍，说明半径增加到原来的 3 倍，那么它的内接正方体的棱长增加到原来的 3 倍，体积就增加到原来的 27 倍.

3. **B**　设正方体的棱长为 a，圆柱的底面半径为 r，高为 $2r$，根据等边圆柱与正方体的底面积相等，得到 $\pi r^2=a^2$，所以两者体积之比为 $\dfrac{\pi r^2\cdot 2r}{a^3}=\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}$.

4. **D**　设长方体棱长为 a，b，c. 根据侧面积得到 $ab=\sqrt{3}$，$bc=\sqrt{5}$，$ac=\sqrt{15}$.
解得 $a=\sqrt{3}$，$b=1$，$c=\sqrt{5}$，外接球的半径 $r=\dfrac{\sqrt{3+1+5}}{2}=\dfrac{3}{2}\Rightarrow S=4\pi r^2=9\pi$.

5. **E**　设长方体三条棱长分别为 k，$3k$，$2k$. 则表面积 $S=2(k\cdot 2k+k\cdot 3k+2k\cdot 3k)=88\Rightarrow k=2$，所以体积 $V=6k^3=48$.

6. **A**　外接球的半径 $r=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}=5$，所以表面积 $S=4\pi r^2=100\pi$.

7. **A**　设圆柱的半径为 r，高为 $2r$，圆柱的全面积为 $S=6\pi r^2$，其内切球半径也为 r，故内切球的表面积 $S=4\pi r^2$，故两者面积之比为 3∶2.

8. **D**　根据公式 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac)$，得到
$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ac)=36-20=16$，
故外接球半径 $r=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}=2$，表面积 $S=4\pi r^2=16\pi$.

9. **C**　根据铁丝长度不变，正方体的棱长之和等于长方体棱长之和，故正方体的棱长和为 $12\times 8=96$，设长方体的高为 x，则棱长和 $4(10+7+x)=96$，解得 $x=7$，所以体积为 $10\times 7\times 7=490$.

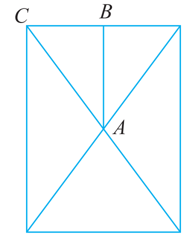
10. **D**　设长方体棱长分别为 a，b，c，根据棱长之和为 24，得到 $a+b+c=6$，根据均值定理，其体积最大值为 $V=abc\leqslant\left(\dfrac{a+b+c}{3}\right)^3=8$，当 $a=b=c$，也就是为正方体时，取最值 .

11. **B**　设矩形两边分别为 a，b，根据矩形的周长为 24，得到 $a+b=12$. 根据均值定理，
卷成圆柱的体积为 $V=\pi r^2h=\pi\left(\dfrac{a}{2\pi}\right)^2b=\dfrac{a^2b}{4\pi}=\dfrac{a\cdot a\cdot 2b}{8\pi}\leqslant\dfrac{1}{8\pi}\cdot\left(\dfrac{a+a+2b}{3}\right)^3=\dfrac{64}{\pi}$.
当 $a=2b$ 时，取最值 .

评 注　本题注意拆分变形，根据和为定值来分析乘积的最大值 .

12. **B**　根据 $C_1F=1$，得到 $D_1F=\sqrt{5}$，根据 $DE=\sqrt{5}$，得到 $D_1E=3$.
根据 $CE=\sqrt{5}$，得到 $EF=\sqrt{6}$，故周长为 $D_1F+D_1E+EF=3+\sqrt{5}+\sqrt{6}$.

13. **C** 根据勾股定理得到球的半径为 5，所以体积为$\frac{500\pi}{3}$.



14. **B** 如图，画出圆柱的轴截面，$AC=1$，$AB=0.5$，

所以圆柱的底面半径 $r=BC=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则圆柱的体积 $V=\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\times1=\frac{3\pi}{4}$.

15. **A** 由 $AB=6$，$BC=8$，$AC=10$，可以得到三角形 ABC 为直角三角形，其对应截面的圆是三角形 ABC 的外接圆，因为直角三角形的斜边为外接圆的直径，故半径为 5. 再根据球半径为 13，所以根据勾股定理得到球心到平面 ABC 的距离为 12.

16. **A** 由条件(1)，球的体积为原来的 9 倍，则半径为原来的$\sqrt[3]{9}$倍，故表面积为原来的$(\sqrt[3]{9})^2=3\sqrt[3]{3}$倍，充分．同理，由条件(2)，表面积为原来的 9 倍，不充分．

17. **A** 由条件(1)，正方体的棱长等于球的直径，可以将球看成正方体的内切球，故正方体的体积比球的体积大，充分．由条件(2)，设正方体的棱长为 a，球的半径为 r，根据表面积相等得到 $6a^2=4\pi r^2$，所以 $r^2=\frac{3}{2\pi}a^2$，从而球的体积 $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\sqrt{\frac{6}{\pi}}a^3>a^3$，不充分．

18. **B** 由条件(1)，正三棱柱展开为边长是 6 的正方形，说明高为 6，底面边长为 2，故体积 $V=\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2\times6=6\sqrt{3}$，不充分．由条件(2)，正三棱柱的其中一个侧面是边长为 2 的正方形，说明高为 2，底面边长为 2，故体积 $V=\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2\times2=2\sqrt{3}$，充分．

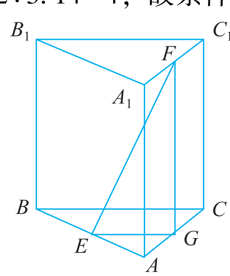
19. **D** 条件(1)，圆柱底面半径分别为 6 和 4，两圆柱体侧面积相等，所以 $2\pi\times6\times h_1=2\pi\times4\times h_2$，即$\frac{h_1}{h_2}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，因此两圆柱的体积比为$\frac{\pi\times6^2\times h_1}{\pi\times4^2\times h_2}=\frac{3}{2}$，所以条件(1)充分. 同理条件(2)也充分，选 D.

20. **B** 设长方体长、宽、高分别为 x，y，z，体对角线长 $a=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，
表面积 $S=2(xy+yz+xz)=2a^2\Rightarrow xy+yz+xz=a^2=x^2+y^2+z^2\Rightarrow x=y=z$，
即长方体各棱长相等，故条件(1)不充分，条件(2)充分.

21. **C** 两个条件单独显然无法确定$\frac{1}{r}+\frac{1}{h}$的值，联合分析可得：

$$\begin{cases}\pi r^2h=2\\2\pi r^2+2\pi rh=24\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{r}+\frac{1}{h}=6$$，故两个条件联合充分．

22. **A** 依题可得，圆柱底面周长 $=2\pi r=50.24\div2=25.12$，因此 $r=25.12\div2\div3.14=4$，故条件(1)充分，条件(2)不充分.



23. **B** 过点 F 做 AC 的垂线交 AC 于 G，连接 EG，依题可得正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各棱长为 2，所以 $FG=A_1A=2$，EG 为正三角形 ABC 的中位线，所以 $EG=\frac{1}{2}BC=1$. 在直角三角形 EGF 中，由勾股定理可得 $EF=\sqrt{FG^2+EG^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，故条件(1)不充

分，条件(2)充分.

24. **A** 依题得，球的半径 $r=\sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}$，所以球的体积为$\frac{4}{3}\pi\times(\sqrt{3})^3=4\sqrt{3}\pi$. 故条件(1)充分，条件(2)不充分.

25. **B** 由条件(1)得，圆柱的容积为26.4π，高为6+4=10，所以圆柱的底面积 $S=26.4\pi\div10=2.64\pi$，因此 $V_{酒精}=2.64\pi\times6\neq19.8\pi$，故条件(1)不充分.
由条件(2)得，圆柱的容积为26.4π，高为6+2=8，所以圆柱的底面积 $S=26.4\pi\div8=3.3\pi$，因此 $V_{酒精}=3.3\pi\times6=19.8\pi$，故条件(2)充分.

第九章　排列组合

1. **C**　本题考查分类与分步原理及组合公式的运用，可先求出所有两人各选修 2 门的种数 $C_4^2C_4^2=36$，再求出两人所选两门都相同和都不同的种数均为 $C_4^2=6$，故只恰好有 1 门相同的选法有 $36-2\times6=24$ 种.

2. **B**　本题主要考查排列组合知识以及分类计数原理和分步计数原理知识.
首先应考虑“0”是特殊元素，当 0 排在末位时，有 $9\times8=72$ 个；当 0 不排在末位时，有 $4\times8\times8=256$ 个，于是由分类计数原理得，符合题意的偶数共有 328 个．故选 B.

3. **D**　分两类：（1）甲组中选出一名女生有 $C_5^1\cdot C_3^1\cdot C_6^2=225$ 种选法；
（2）乙组中选出一名女生有 $C_5^2\cdot C_6^1\cdot C_2^1=120$ 种选法．故共有 345 种选法.

4. **C**　用间接法解答：四名学生中有两名学生分在一个班的种数是 C_4^2，顺序有 $3!$种，而甲乙被分在同一个班有 $3!$ 种，所以 $C_4^2 3!-3!=30$.

5. **B**　解法一：从 3 名女生中任取 2 人“捆”在一起记作 A（A 共有 6 种不同排法），剩下一名女生记作 B，两名男生分别记作甲、乙；则男生甲必须在 A、B 之间（若甲在 A、B 两端，则为使 A、B 不相邻，只有把男生乙排在 A、B 之间，此时就不能满足男生甲不在两端的要求），此时共有 $6\times2=12$ 种排法（A 左 B 右和 A 右 B 左），最后再在排好的三个元素中选出四个位置插入乙，所以共有 $12\times4=48$ 种不同排法.
解法二：同解法一，从 3 名女生中任取 2 人“捆”在一起记作 A（A 共有 6 种不同排法），剩下一名女生记作 B，两名男生分别记作甲、乙；为使男生甲不在两端可分三类情况：
第一类：女生 A、B 在两端，男生甲、乙在中间，共有 $6\times2!\times2!=24$ 种排法；
第二类：“捆绑”A 和男生乙在两端，则中间女生 B 和男生甲只有一种排法，此时共有 $6\times2!=12$ 种排法；
第三类：女生 B 和男生乙在两端，同样中间“捆绑”A 和男生甲也只有一种排法.
此时共有 $6\times2!=12$ 种排法；三类之和为 $24+12+12=48$ 种.

6. **A**　直接法：一男两女，有 $C_5^1C_4^2=5\times6=30$ 种；两男一女，有 $C_5^2C_4^1=10\times4=40$ 种，共计 70 种.
间接法：任意选取有 $C_9^3=84$ 种，其中都是男医生有 $C_5^3=10$ 种，都是女医生有 $C_4^1=4$ 种，于是符合条件的有 $84-10-4=70$ 种.

7. **C**　先将 4 名学生全排列有 $4!$ 种；他们之间的 3 个空位中（不包括两端）选两个给教师有 C_3^2 种；两位教师进行全排列有 $2!$ 种；根据乘法原理，不同的排法一共有 $4!\cdot C_3^2\cdot 2!=144$ 种.

8. **B**　第一步，将 4 本书分成 2 本、1 本、1 本的三组，即 C_4^2；第二步，将三组书分给三个人，即 $3!$．所以不同的分配方法有 $C_4^2 3!=36$ 种.

9. **B**　先考虑 0 的位置，有两种方法，即百位或个位；再排列其他的三个数；则总方法有 $C_2^1 3!=12$ 种.

10. **C**　不对号问题．将 3 个数字放入第 1 行，可以任意排，有 $3!$ 种．再排第 2 行，第 2 行

的第 1 个数字，不能和第 1 行的第 1 个数字相同，故有 2 种选择；第 2 行的第 2 个数字既不能和第 1 行第 2 个数字相同，又不能和第 2 行的第 1 个数字相同，故只有 1 种选择；第 2 行第 3 个数字显然只有 1 种选择；故第 2 行的排法共有 $2\times1\times1=2$ 种．再排第 3 行，因为第 3 行的每个数字都不能与它上面的 2 个数字相同，故每个数字都只有 1 种排法，故有 $1\times1\times1=1$ 种．由乘法原理，得 $3!\times2\times1=12$ 种．

［另解］第 1 行可任意排，有 $3!$ 种；第 2 行为 3 球不对号入座问题，有 2 种；第 3 行只有 1 种排法；由乘法原理得 $3!\times2\times1=12$ 种．

11. **C** 先任意排，再减去甲在 14 日值班的情况，再减去乙在 16 日值班的情况，再加上甲在 14 日且乙在 16 日值班的情况，即 $C_6^2C_4^2-2C_5^1C_4^2+C_4^1C_3^1=42$ 种．

12. **C** 分情况讨论：①2 球对号入座：先从 5 个球中任取 2 个放入编号相同的盒子中，有 C_5^2 种放法；剩下 3 个小球不对号入座，有 2 种放法；故此类共有 $C_5^2\times2=20$ 种不同方法；②3 球对号入座：先从 5 个球中任取 3 个放入编号相同的盒子中，有 C_5^3 种放法；剩下的 2 个小球不对号入座，只有 1 种放法；故此类共有 $C_5^3=10$ 种不同方法；
③恰有 5 个小球与盒子编号相同，只有 1 种方法．
由加法原理得，$20+10+1=31$ 种不同方法．

13. **E** 10 名演员中，只会唱歌的有 5 人，只会跳舞的有 2 人，3 人为全能演员，分成三种情况：
①唱歌组中选派只会唱歌的 2 人：$C_5^2C_5^2$；
②唱歌组中选派只会唱歌的 1 人，全能演员 1 人：$C_5^1C_3^1C_4^2$；
③唱歌组中选派 2 个全能演员：$C_3^2C_3^2$．
由加法原理得，$C_5^2C_5^2+C_5^1C_3^1C_4^2+C_3^2C_3^2=199$．

14. **B** 按是否选甲乙分成三类：
①选出的 4 人中不包含甲、乙，不同方案有 $4!$种；
②选出的 4 人中甲、乙只选 1 人，不同方案有 $C_2^1C_4^3\times3\times3!=144$ 种；
③选出的 4 人中甲、乙均包括，不同方案有 $C_2^2C_4^2\times2\times3!=72$ 种．
由加法原理得，不同的方案总数为 $24+144+72=240$ 种．

15. **A** 在 7 只亮灯的 8 个空中插入 3 只暗灯且不插在两端，故关灯方法为 $C_6^3=20$．

16. **C** 由条件(1)，从反面思考 $C_{10}^3-C_8^3\neq49$，所以不充分．由条件(2)，有 C_9^3 种，也不充分．故联合分析，可分为两类：一类是甲乙两人只去一人的选法有 $C_2^1\cdot C_7^2=42$，另一类是甲乙都去的选法有 $C_2^2\cdot C_7^1=7$，所以共有 $42+7=49$，故联合充分．

17. **A** 由条件(1)，6 位同学站成一排，3 位女生中有且只有两位女生相邻的排法有 $3!\cdot C_3^2C_4^22!\cdot2!=432$ 种，其中男生甲站两端的有 $C_2^1\cdot2!C_3^2C_3^22!\cdot2!=144$ 种，符合条件的排法共有 $432-144=288$ 种，充分．由条件(2)，先让男生站好，女生只能站前三个空位或后三个空位，故有 $3!\times3!\times2=72$ 种，不充分．

18. **B** 由条件(1)，每级台阶最多站 1 人，说明每人一个台阶，故有 $C_7^33!=210$ 种，不充分．由条件(2)，对于 7 个台阶上每一个只站一人，则有 $C_7^33!=210$ 种；若有一个台阶有 2 人，另一个台阶有 1 人，则共有 $C_3^2C_7^22!=126$ 种，因此共有不同的站法种数是 336 种，充分．

19. **B** 由条件(1)，各位数字之和为偶数，所选的三个数字为两奇数一偶数，所以共有

$C_3^2C_2^1 3!=36$ 个，不充分. 由条件(2)，各位数字之和为奇数，所选的三位数字有两种情况：①3 个数字都是奇数，有 3！个；②3 个数字中有一个奇数两个偶数，有 $C_3^1 3!=18$ 个，故共有 $6+18=24$ 个，充分.

20. **A** 由条件(1)，有两种情况：一是在两个城市分别投资 1 个项目、2 个项目，此时有 $C_3^1C_4^2 2!=36$ 种方案；二是在三个城市各投资 1 个项目，有 $C_4^3 3!=24$ 种方案，共计有 60 种方案，充分.

由条件(2)，在三个城市各投资 1 个项目，有 $C_4^3 3!=24$ 种方案，不充分.

21. **D** 由条件(1)，对于相同的球，可以采用隔板法分析，先给 2 号盒子放入 1 个球，剩余 11 个球，然后套隔板法公式 $C_{11-1}^{2-1}=10$，充分. 由条件(2)，分情况讨论：①1 号盒子中放 1 个球，其余 3 个放入 2 号盒子，有 $C_4^1=4$ 种方法；②1 号盒子中放 2 个球，其余 2 个放入 2 号盒子，有 $C_4^2=6$ 种方法；则不同的放球方法有 10 种. 充分.

22. **A** 条件(1)：每封信都有 3 个选择，共有 4 封信，故有 3^4 种，充分.

条件(2)：每封信都有 4 个选择，共有 3 封信，故有 4^3 种，不充分.

23. **B** 条件(1)：先排甲，6 个位置任意选：C_6^1；再排乙，在甲没选的那一排的 3 个位置中选 1 个：C_3^1；

其余四人全排列，共 $C_6^1C_3^1 4!=432$ 种，不充分.

条件(2)：其余四人全排列，甲、乙插空且不能插在排头有 $4!\cdot C_4^2 2!=288$ 种，充分.

24. **B** 条件(1)：从 5 双鞋里任选 1 双：C_5^1 种；再从余下的 4 双中选 2 双，这 2 双中每双里面选 1 只，就能保证不成双：$C_4^2C_2^1C_2^1$ 种；根据乘法原理，$n=C_5^1C_4^2C_2^1C_2^1=120$，故不充分.

条件(2)：至少有 2 只是 1 双有两种情况：①恰好有 2 只是 1 双：120 种；②4 只恰好是 2 双：C_5^2 种；根据加法原理，$n=120+10=130$. 充分.

25. **B** 条件(1)：方法一：分两类，①2 个新加节目相邻：$C_7^1\times 2!$ 种；

②2 个新加节目不相邻，插空即可：$C_7^2 2!$ 种；

由加法原理得，$C_7^1\times 2!+C_7^2 2!=56$ 种，不充分.

方法二：可先将 8 个节目全排列，然后对原先有的 6 个节目消序：$\frac{8!}{6!}=56$ 种.

条件(2)：分三类：第一类：3 个新加节目相邻：$C_7^1\times 3!$ 种；

第二类：3 个新加节目中有 2 个相邻，另外 1 个不相邻：$C_3^2 2! C_7^2 2!$ 种；

第三类：3 个新加节目均不相邻：$C_7^3 3!$种；

由加法原理得，$C_7^1\times 3!+C_3^2\times 2!\times C_7^2 2!+C_7^3 3!=504$，充分.

第十章　概率初步

1. **C**　因为总的取法为 C_{15}^4，而所求事件的取法分为三类，即芝麻馅汤圆、花生馅汤圆、豆沙馅汤圆取得个数分别为 1，1，2；1，2，1；2，1，1 三类，故所求概率为
$$\frac{C_6^1\times C_5^1\times C_4^2+C_6^1\times C_5^2\times C_4^1+C_6^2\times C_5^1\times C_4^1}{C_{15}^4}=\frac{48}{91}.$$

2. **A**　点数和为 4，即有 $(1,3)$，$(2,2)$，$(3,1)$ 三种情况，基本事件的总数是 36，故所求概率是 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$.

3. **A**　根据几何概型的计算公式，这个概率就是圆的面积和正方形面积的比值，所以是 $\frac{\pi}{4}$.

4. **E**　比赛四局甲胜，说明前三局甲胜了 2 局，第四局甲又胜了. 故概率为
$$p=C_3^2\left(\frac{2}{3}\right)^3\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{8}{27}.$$

5. **A**　选择游戏盘的原则是中奖的概率大，A 图中奖的概率是 $\frac{3}{8}$，B 图中奖的概率是 $\frac{1}{3}$，C 图中奖的概率是 $\frac{4-\pi}{4}$，D 图中奖的概率是 $\frac{1}{\pi}$，比较大小即知，A 图的中奖概率最大.

6. **D**　设 A，B，C 分别表示炸中第一、第二、第三座军火库这三个事件. 则 $P(A)=0.2$，$P(B)=0.3$，$P(C)=0.1$. 设 D 表示“军火库爆炸”，则 $D=A\cup B\cup C$. 又因为 A，B，C 彼此互斥，故 $P(D)=P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)=0.2+0.3+0.1=0.6$.

7. **A**　基本事件总数为 $7\times7=49$ 个，而满足条件的基本事件个数为 16 个：
$(1,3)$，$(2,2)$，$(3,1)$，$(1,7)$，$(2,6)$，$(3,5)$，$(4,4)$，$(5,3)$，$(6,2)$，$(7,1)$，$(5,7)$，$(6,6)$，$(7,5)$，$(6,7)$，$(7,6)$，$(7,7)$.
故概率为 $\frac{16}{49}$.

8. **D**　用 $A_i(i=1,2,3)$ 表示第一只小白鼠注射药物后表现症状为兴奋、无变化、迟钝，
用 $B_i(i=1,2,3)$ 表示第二只小白鼠注射药物后表现症状为兴奋、无变化、迟钝，
用 $C_i(i=1,2,3)$ 表示第三只小白鼠注射药物后表现症状为兴奋、无变化、迟钝.
三只小白鼠症状互不相同的概率为 $P=3!\cdot P(A_1B_2C_3)=6\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$.

评注　注意三只白鼠要进行排序，否则容易误选 A.

9. **D**　正、反面次数同样多的概率为 $C_6^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$，正面次数多于反面和正面次数少于反面是一样多的，再由三种情况的概率之和为 1，所以，正面次数多于反面次数的概率为 $\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{5}{16}\right)=\frac{11}{32}$.

10. **C** 设 A 表示从甲袋中取黑球，B 表示从乙袋中取黑球 $P=P(AB)+P(\overline{A}\ \overline{B})=\frac{3}{5}\times\frac{3}{6}+\frac{2}{5}\times\frac{4}{6}=\frac{17}{30}$.

11. **D** 设命中率为 p，可知一次也不能命中的概率为 $(1-p)^4$，所以至少命中一次的概率为 $1-(1-p)^4=\frac{80}{81}$，解得 $p=\frac{2}{3}$.

12. **C** $P(A)=P_3(1)+P_3(3)=C_3^1\ \frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2+C_3^3\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{4}{9}+\frac{1}{27}=\frac{13}{27}$.

13. **D** 设至少应抽出 x 个产品，则基本事件总数为 C_{10}^x，
使这 3 个次品全部被抽出的基本事件个数为 $C_3^3C_7^{x-3}$，
故有 $\frac{C_3^3C_7^{x-3}}{C_{10}^x}\geqslant 0.6$，得 $x(x-1)(x-2)\geqslant 432$.
分别把选项 A，B，C，D，E 代入，得 D，E 均满足不等式，x 取最小值，故 $x=9$.

14. **A** 掷骰子问题，两人投掷骰子共有 36 种可能；
穷举法，当 $p^2-4q\geqslant 0$ 时，p，q 的取值如下：
当 $p=6$ 时，$q=6$、5、4、3、2、1；当 $p=5$ 时，$q=6$、5、4、3、2、1；
当 $p=4$ 时，$q=4$、3、2、1；当 $p=3$ 时，$q=2$、1；
当 $p=2$ 时，$q=1$；故其概率为 $\frac{19}{36}$.

15. **B** 因为所有事件是将 12 个队分成 4 个组，分法有 $\frac{C_{12}^4C_8^4C_4^4}{3!}$ 种，
而满足条件的 3 个强队恰好被分在同一组的分法有 $\frac{C_3^3C_9^1C_8^4C_4^4}{2!}$ 种.
根据古典概型公式，3 个强队恰好被分在同一组的概率为 $\frac{\frac{C_3^3C_9^1C_8^4C_4^4}{2!}}{\frac{C_{12}^4C_8^4C_4^4}{3!}}=\frac{3}{55}$.

16. **B** 由条件(1)，剩下两个数字都是偶数，说明取的 3 个数字是奇数，故概率 $p=\frac{C_3^3}{C_5^3}=0.1$，不充分. 由条件(2)，剩下两个数字都是奇数，说明取的 3 个数字是 2，4 和其中一个奇数，故概率 $p=\frac{C_2^2C_3^1}{C_5^3}=0.3$，充分.

17. **A** 由条件(1)，事件 A 表示摸出 2 个或 3 个白球，故概率 $p=\frac{C_5^2\cdot C_3^2}{C_8^4}+\frac{C_5^3\cdot C_3^1}{C_8^4}=\frac{6}{7}$，充分.
由条件(2)，事件 A 表示摸出 2 个或 3 个黑球，故概率 $p=\frac{C_5^2\cdot C_3^2}{C_8^4}+\frac{C_5^1\cdot C_3^3}{C_8^4}=\frac{1}{2}$，不充分.

18. **E** 先求出所有的四位数有 720 个. 由条件(1)，事件 A 表示四位数能被 9 整除，能被 9 整除的数，应该各位上的数字之和能被 9 整除. 数字组合为：(1，2，6，0)；(1，

3，5，0)；(2，3，4，0)；(3，4，5，6)，此时共有 $3\times C_3^1\cdot 3!+4!=54+24=78$. 则能被 9 整除的四位数的概率为$\frac{78}{720}=\frac{13}{120}$，不充分.

由条件(2)，事件 A 表示四位数能被 5 整除，个位为 0 或 5，当个位为 0 时有 $C_6^3 3!=120$ 个，当个位为 5 时，有 $C_5^1C_5^2 2!=100$ 个，故概率为$\frac{220}{720}=\frac{11}{36}$，不充分.

联合分析，既能被 9 整除，又能被 5 整除的四位数，只能 0 或 5 在个位：(1，2，6，0)；(2，3，4，0)；(3，4，5，6) 各有 3! 个，(1，3，5，0) 有 $3!+2\times 2!$ 个，所以共有 28 个，故概率为$\frac{28}{720}=\frac{7}{180}$，不充分.

19. **B** 由条件 (1)，分类讨论：语文书给乙时，其他 3 人任意排序，有 3! 种；语文书不给乙时，乙有 C_2^1 种，甲也有 C_2^1 种，其他人任意排序，故共有 $3!+C_2^1C_2^1 2!=14$ 种，故概率 $P=\frac{14}{4!}=\frac{7}{12}$. 条件(1)不充分.

由条件(2)可知，语文书只能分给丙、丁，有 C_2^1 种，其他人任意排序，有 3! 种，故共有 $C_2^1 3!=12$ 种，故概率 $P=\frac{12}{4!}=\frac{1}{2}$. 条件(2)充分.

20. **B** 条件(1)：所求概率为 $C_2^1\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$，所以条件(1)不充分.

条件(2)：所求概率为 $2C_2^2\left(\frac{1}{4}\right)^2\left(\frac{3}{4}\right)^0=\frac{1}{8}$，所以条件(2)充分.

21. **B** 条件(1)：投掷 2 次最小点数为 2，分为两种情况：

出现两次 2 点的概率为$\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$；出现一次 2 点的概率为 $C_2^1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{4}{6}\right)^1=\frac{8}{36}$；

所求概率为$\frac{1}{4}$，条件(1)不充分.

条件(2)：分为三种情况：

出现 1 次 2 点的概率为 $C_3^1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{4}{6}\right)^2=\frac{48}{216}$；出现 2 次 2 点的概率为 $C_3^2\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{4}{6}\right)^1=\frac{12}{216}$；出现 3 次 2 点的概率为$\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{216}$；

所求概率为$\frac{61}{216}$，条件(2)充分.

22. **B** 设 $A=\{$正面次数少于反面次数$\}$，$B=\{$正面次数等于反面次数$\}$，$C=\{$正面次数多于反面次数$\}$. 显然有 $P(A)=P(C)$，且 $P(A)+P(B)+P(C)=1$，即 $P(A)=\frac{1}{2}[1-P(B)]$.

当 n 为奇数时，$P(B)=0$，从而 $P(A)=\frac{1}{2}$；当 n 为偶数时，$P(B)>0$，从而 $P(A)<\frac{1}{2}$. 条件(1)不充分，条件(2)充分.

23. **B** 不同元素的分配问题+相同元素的分配问题.

条件(1)：将 5 本不同的书分配给 4 个同学，有 4^5 种可能；

每名同学至少有一本书的可能为 $C_5^2 4!$；故概率为$\frac{C_5^2 4!}{4^5}=\frac{15}{64}$，不充分.

条件(2)：隔板法. 6 本相同的书分配给 4 个人，每人至少 1 本可能性有 C_5^3 种；

6 本相同的书分配给 4 个人，任意分的可能性有 C_9^3 种. 故所求概率为$\frac{C_5^3}{C_9^3}=\frac{5}{42}$，充分.

24. **C** 显然两个条件单独均不充分，联合两个条件.

此题可以看作将 2 件次品放在 10 个格子中的两个，且第 1 个次品在前四个位置，第二个次品在第五个位置的概率$\frac{C_4^1}{C_{10}^2}=\frac{4}{45}$，联合起来充分.

25. **C** 两个条件单独显然不充分，联合，用穷举法，可知满足条件的事件有 $a=1$，$b=2$；$a=1$，$b=3$；$a=2$，$b=3$，共 3 种结果；总的可能性有 $C_5^1\times C_3^1=15$；

故所求概率为 $p=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$，两个条件联合充分.

第十一章　数据描述

1. **B**　$\bar{x}=\dfrac{28+29+31+29+32}{5}=29.8$，因为数据 29 出现两次最多，所以众数为 29，

中位数为 29，极差为 $32-28=4$.

2. **A**　根据中位数与众数的求法，分别求出抓到糖果数的中位数与众数再相加即可解答.

第 36 与 37 人抓到的糖果数均为 9，故中位数 $a=9$.

11 出现了 13 次，次数最多，故众数 $b=11$，所以 $a+b=9+11=20$.

3. **C**　根据 a，b，c 的几何平均值为 3 得到 $\sqrt[3]{abc}=3\Rightarrow abc=27$，所求四个数的几何平均值为 $\sqrt[4]{48abc}=\sqrt[4]{48\times27}=6$.

4. **B**　由于全班共有 38 人，则 $x+y=38-(2+3+5+6+3+4)=15$，结合众数为 50 分，中位数为 60 分，分情况讨论即可确定 x，y 的值，从而求出 x^2-2y 的值.

又因为众数为 50 分，故 $x\geqslant8$.

当 $x=8$ 时，$y=7$，中位数是第 19，20 两个数的平均数，都为 60 分，则中位数为 60 分，符合题意；

当 $x=9$ 时，$y=6$，中位数是第 19，20 两个数的平均数，则中位数为 $(50+60)\div2=55$ 分，不符合题意；

同理当 $x=10$，11，12，13，14，15 时，中位数都不等于 60 分，不符合题意.

则 $x=8$，$y=7$. 故 $x^2-2y=64-14=50$.

5. **D**　$\overline{x_A}=\dfrac{1}{5}(176+175+174+171+174)=174$，$\overline{x_B}=\dfrac{1}{5}(170+173+171+174+182)=174$.

$S_A^2=\dfrac{1}{5}[(176-174)^2+(175-174)^2+(174-174)^2+(171-174)^2+(174-174)^2]=2.8$；

$S_B^2=\dfrac{1}{5}[(170-174)^2+(173-174)^2+(171-174)^2+(174-174)^2+(182-174)^2]=18$；

所以 $\overline{x_A}=\overline{x_B}$，$S_A^2<S_B^2$.

6. **B**　根据方差的意义可做出判断. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定. 通过观察条形统计图可知：乙的成绩更整齐，也相对更稳定，故选 B.

7. **B**　从 20 到 60 的频率为 $(0.005+0.01)\times20=0.3$，故总人数为 $15\div0.3=50$ 人，选 B.

8. **C**　设第 1 组至第 6 组数据的频率分别为 $2x$，$3x$，$4x$，$6x$，$4x$，x，则 $2x+3x+4x+6x+4x+x=1$，解得 $x=\dfrac{1}{20}$，所以前 3 组数据的频率分别是 $\dfrac{2}{20}$，$\dfrac{3}{20}$，$\dfrac{4}{20}$，故前 3 组数据的频数之和等于 $\dfrac{2n}{20}+\dfrac{3n}{20}+\dfrac{4n}{20}=54$，解得 $n=120$，选 C.

9. **B**　先根据图形确定某车间工人日加工零件数，再利用平均数的公式求得平均数.

这些工人日加工零件数的平均数为 $(4\times4+5\times8+6\times10+7\times4+8\times6)\div32=6$.

将这 32 个数据按从小到大的顺序排列，其中第 16 个、第 17 个数都是 6，所以这些工人日加工零件数的中位数是 6. 在这 32 个数据中，6 出现了 10 次，出现的次数最多，所以这些工人日加工零件数的众数是 6.

10. **B** 因为中位数的值与大小排列顺序有关，而此题中 x 的大小位置未定，故应该分类讨论 x 所处的所有位置情况：从小到大（或从大到小）排列在中间（在第二位或第三位不影响结果）、结尾、开始的位置.

(1) 将这组数据从小到大的顺序排列为 2，3，x，4，
处于中间位置的数是 3 和 x，那么由中位数的定义可知，这组数据的中位数是$(3+x)\div2$，
平均数为$(2+3+4+x)\div4$，故$(3+x)\div2=(2+3+4+x)\div4$，
解得 $x=3$，大小位置与 3 对调，不影响结果，符合题意.

(2) 将这组数据从小到大的顺序排列为 2，3，4，x，
中位数是$(3+4)\div2=3.5$，此时平均数是$(2+3+4+x)\div4=3.5$，
解得 $x=5$，符合排列顺序.

(3) 将这组数据从小到大的顺序排列为 x，2，3，4，
中位数是$(2+3)\div2=2.5$，平均数$(2+3+4+x)\div4=2.5$，解得 $x=1$，符合排列顺序.
综上 x 的值可以为 1、3 或 5.

11. **D** 本题需先根据甲、乙亩产量的平均数得出甲、乙的平均亩产量相差不多，再根据甲、乙的平均亩产量的方差即可得出乙的亩产量比较稳定，从而求出正确答案.
因为 $\bar{x}_{甲}=610$ 千克，$\bar{x}_{乙}=608$ 千克，所以甲、乙的平均亩产量相差不多.
由于亩产量的方差分别是 $S^2_{甲}=29.6$，$S^2_{乙}=2.7$. 故乙的亩产量比较稳定. 故选 D.

12. **D** 抽出的 40 名同学的平均数为$(6\times5+8\times10+10\times15+14\times20+2\times30)\div40=15$.
设该校捐款的同学有 x 人，由题意得 $15x\geqslant34500$，解得 $x\geqslant2300$.

13. **E** 本题所用的估算方法为以样本估计整体，根据折线图可知，成绩不超过 3 分 25 秒的同学所占整体的百分比为 $6/10=60\%$，该校女生共有 664 人，因此根据样本估计整体可得该学院有 $664\times60\%\approx398$ 名女生可以取得满分.

14. **A** 依题可得，喜欢文学类书目的同学有 150 人，占比 30%，喜欢体育类书目的有 50 人，则占比 10%，因此喜欢科普类书目的同学占比为 $1-(30\%+10\%+20\%+10\%)=30\%$，故喜欢科普类书目的同学有 150 人.

15. **D** 四个人的总分数是 $90\times4=360$ 分，抄错成绩后的总分数是 $88\times4=352$ 分，两者相差的分数即为甲缺少的分数，所以甲的分数为 $360-352+87=95$.

16. **A** 由条件(1)，根据 3、6、a、4、2 的平均数是 5，解得 $a=10$，
所以方差 $S^2=\frac{1}{5}[(3-5)^2+(6-5)^2+(10-5)^2+(4-5)^2+(2-5)^2]=\frac{1}{5}\times40=8$. 充分.
同理条件(2)不充分.

17. **D** 每个数加上或减去同一个数，方差不变，所以两个条件都充分.

18. **D** 样本的平均数是 84，所以 $s^2=\frac{1}{5}\times[(80-84)^2+(82-84)^2+(84-84)^2+(86-84)^2+(88-84)^2]=8$. 设方程的两根为 x_1，x_2，则 $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(k+1)^2-2(k-3)=8$，解得 $k=\pm1$，且当 $k=\pm1$ 时，满足方程有两个实根，故两个条件都充分.

19. **C** 依题可知，两个条件明显单独不充分，联合可得

$$\begin{cases}\frac{1}{5}(x+y+30)=10\\ \frac{1}{5}[(x-10)^2+(y-10)^2+0+1+1]=2\end{cases}$$

所以 $|x-y|=4$，联合充分.

20. **C** 单独条件（1）或条件（2）根据题干只能列出两个方程，此时有 3 个未知数，所以都无法推出题干，因此联合可得，

$$\begin{cases}甲+乙=34\times2=68\\ 乙+丙=31\times2=62\\ 甲+丙=32\times2=64\end{cases}\Rightarrow 甲+乙+丙=97\Rightarrow\begin{cases}甲=97-62=35\\ 乙=97-64=33\\ 丙=97-68=29\end{cases}$$，联合充分.

21. **B** 由方差公式 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+(x_3-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$ 可知，将一组数据的每个数据扩大 a 倍后，则其方差变为原来的 a^2 倍，将一组数据中每个数据的值都加上同一个常数后 $x_1-\bar{x}$，$x_2-\bar{x}$，$x_3-\bar{x}$，…，$x_n-\bar{x}$ 的值不变，故方差不变，因此条件(1)不充分，条件(2)充分.

22. **A** 由题得，$2(0.05+0.075+x+0.125+0.15)=1$，解得 $x=0.1$，所以净重的范围在[98，100)的频率为 $0.1\times2=0.2$，由总量=部分量/对应比例可得，总量=20/0.2=100，条件(1)充分. 条件(2)单独无法推出结论，因此不充分.

23. **E** 方差是描述数据的离散程度，方差越小说明数据波动越小，两个条件单独都无法确定甲、乙的方差，联合也确定不了方差，故选 E.

24. **B** 设小幂的成绩为 x 分，由条件(1)得，$x-\frac{87\times11+x}{12}=4.5$，解得 $x\neq93$；由条件(2)得，$x-\frac{87\times11+x}{12}=5.5$，解得 $x=93$，故条件(2)充分.

25. **C** 显然两个条件单独不充分，联合分析，设 $\bar{x}=\frac{a+b+c+d}{4}$，

$S^2=\frac{1}{4}[(a-\bar{x})^2+(b-\bar{x})^2+(c-\bar{x})^2+(d-\bar{x})^2]=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}-\left(\frac{a+b+c+d}{4}\right)^2$，故联合充分.