

管理类联考数学

第九章 排列组合

五大思维开发

一、排序

- 1.排列的定义
- n 个不同元素中,按照一定顺序排成一列,称为 n 个不同元素的一个排列.
- 2.排列数
- n 个不同元素的所有排列的种数,称为 n 个不同元素的排列数,记作 $n!$
- 3.应用: 几个不同的元素全排列,就写几的阶乘。
- 4.注意: 相同元素的排列只有一种情况。
- 5.常用: $0! = 1! = 1,$
- $2! = 2, \quad 3! = 6,$
- $4! = 24, \quad 5! = 120$

【例1】5个人站一排,求以下站法有几种?

(1)甲站正中间

(2)甲站两端

(3)甲乙都在两端

(4)甲站正中间，乙站两端

【例2】3男2女共5个人站一排，求以下站法有几种？

(1)最左边不是男生

(2)最左边不是男生，最右边不是女生

(3)女生都在两端

(4)男女交错站

二、选取-组合

- 1.组合的定义
- 从n个不同元素中,任意取出m个元素并为一组,叫做从n个不同元素中取出m个元素的一个组合.
- 2.组合数
- 从n个不同元素中,取出m个元素的所有组合的个数,称为从n个不同元素中,取出m个不同元素的组合数,记作 C_n^m

●

3. 组合数公式

$$C_n^m = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m(m-1)\cdots\cdot 2\cdot 1} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

4. 组合数的性质

$$C_n^m = C_n^{n-m}.$$

(1) 等式特点: 等式两边下标相同, 上标之和等于下标. 如 $C_9^6 = C_9^3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3!} = 84$.

(2) 此性质的作用: 当 $m > \frac{n}{2}$ 时, 计算 C_n^m 可变为计算 C_n^{n-m} , 能够使运算简化.

(3) $C_n^x = C_n^y \Rightarrow x = y$ 或 $x + y = n$.

5. 常用组合恒等式

$$(1) C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^n = 2^n.$$

$$(2) C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \cdots = 2^{n-1}.$$

$$(3) C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + \cdots = 2^{n-1}.$$

6. 常用组合数

$$C_n^0 = C_n^n = 1, C_n^1 = C_n^{n-1} = n.$$

$$C_3^2 = C_3^1 = 3, C_4^2 = 6, C_5^2 = C_5^3 = 10, C_6^2 = C_6^4 = 15, C_6^3 = 20.$$

二、组合

- 7.排列与组合关系
- 排列是先组合再排列：
- 说明排列可以用组合与阶乘替代。

【例3】4个红球，3个白球共7个球，从中选4个球（2红2白），求以下选法有几种？

(1)4个红球不相同，3个白球不相同

(2)4个红球相同，3个白球相同

(3)4个红球相同，3个白球不相同

(4) 4个红球不相同, 3个白球相同

- 【例4】书架上放有3本不同的数学书, 5本不同的语文书, 6本不同的英语书.
- (1)若从这些书中任取一本,有 () 种不同的取法?
- (A)10 (B)12 (C)14 (D)16 (E)18

- (2) 若从这些书中,取数学书、语文书、英语书各一本,有 () 种不同的取法?
- (A)90 (B)88 (C)84 (D)80 (E)70

- (3) 若从这些书中取不同的科目的书两本,有多少种不同的取法?
- (A)52 (B)54 (C)60 (D)62 (E)63

- 【例5】书架上放有3本不同的数学书, 5本相同的语文书, 6本不同的英语书.

- (1)若从这些书中任取一本,有 () 种不同的取法?

-

- (2) 若从这些书中,取数学书、语文书、英语书各一本,有 () 种不同的取法?

-

- (3) 若从这些书中取不同的科目的书两本,有多少种不同的取法?

-

【例6】6个人选4人, 求以下选法有几种?

(1)包含甲的选法

(2)包含甲乙的选法

(3)不包含甲的选法

(4)不包含甲，但包含乙的选法

(5)甲乙至少有一个的选法

(6)甲乙不同时入选

【例7】4男3女共7个人，从中选4人，求以下选法有几种？

(1)2男2女的选法

(2)2男2女，且包含男生甲的选法

(3)2男2女，且不包含女生乙的选法

(4)男女都有的选法

(5)至多2女的选法

三、做题核心

- 1.两个动作
- 选取：用组合 C_n^m (从n个选m个)
- 排序：用阶乘 $m!$ (m个排序)
- 2.解题过程
- 将题目碎片化，拆解成若干“选取，排序”，再对应写表达式

- 【例8】4男3女共七人，选4人站成一排，求以下站法有几种？
- (1)2男2女

- (2)两男两女且两女不站两端

- (3)最左边不是男生

- **【例9】**用0,1,2,3,4,5,6组成无重复数字的四位数, 求满足以下要求的四位数有几个?
- (1)比3400小的四位数?
- (2)偶数有多少个?
- (3)能被5整除的有多少个?
- (4)能被3整除的有多少个?

四、穷举列举法

【解题提示】当出现无法选取或元素互相影响时, 需要按要求或给定表达式逐一列举分析。

- **【例10】**将骰子连掷3次, 则三次得的点数依次可构成几个等差数列?
- (A)12 (B)14 (C)16 (D)17 (E)18

- 【例11】从1至10这10个整数中，任取3个不同的整数，可以构成几个等比数列？
- (A)2 (B)3 (C)4 (D)6 (E)8

- 【例12】从1至10这10个整数中，任取2个不同的整数，其和为5的倍数，有多少种情况？
- (A)6 (B)7 (C)8 (D)9 (E)10
-
-
- 【例13】从1至9这9个整数中，任取两个不同的整数，分别作为一个对数的底数和真数，则可以组成几个不同的对数值？
- (A)51 (B)52 (C)53 (D)54 (E)55

五、反面求解法的使用

- 【解题提示】当正面情况比较复杂不易求解时，可从反面思考。
- 正面的情况数=总数-反面的情况数

- 常用：1.含有否定词；
- 2.至少，至多；
- 3.小于，大于；
- 4.或： A或B.

- 【例14】从6个不同的文艺节目中选4个编成一个节目单，如果某女演员的独唱节目一定不能排在第二个节目的位置上，则共有多少种不同的排法？
- (A)200 (B)220 (C)280
- (D)300 (E)320

- 【例15】五人并排站成一排，求以下不同排法有()种
- (1)甲在最左端或乙在最右端

- (2)甲在最左端或乙不在最右端

- (3)甲不在最左端且乙不在最右端

- (4)甲不在最左端或乙不在最右端