

考前压轴题(决胜题)

1. 已知 P 为直线 $x+y+6=0$ 上一动点, PA, PB 为圆 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 的两切线, A, B 为切点, C 为圆心, 则四边形 $PACB$ 的最小面积为多少

- (A) 4 (B) 6 (C) 5 (D) $4\sqrt{2}$ (E) $\sqrt{31}$

2. 设坐标平面内有一个质点从原点出发, 沿 x 轴跳动, 每次向正方向或负方向跳 1 个单位, 经过 5 次跳动质点落在点 $(3,0)$ (允许重复过此点) 处, 则质点不同的运动方法共有多少种

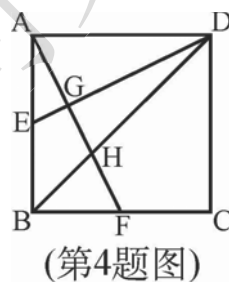
- (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5

3. 已知点 $A(-2,2)$ 及点 $B(-3,-1)$, P 是直线 $L: 2x-y-1=0$ 上的一点, 则 $|PA|^2 + |PB|^2$ 取最小值时点 P 的坐标是()

- (A) $(\frac{1}{2}, 0)$ (B) $(\frac{1}{8}, -\frac{3}{4})$ (C) $(\frac{1}{6}, -\frac{2}{3})$ (D) $(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2})$ (E) $(\frac{1}{10}, -\frac{4}{5})$

4. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, E, F 分别是 AB, BC 的中点, AF 分别交 DE, DB 于 G, H 两点, 则四边形 $BEGH$ 的面积是多少

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{7}{15}$ (D) $\frac{8}{15}$ (E) $\frac{2}{3}$



5. 光线从 $A(1,1)$ 出发, 经 y 轴反射到曲线 $C: (x-5)^2 + (y-7)^2 = 4$ 的最短路程是()

- (A) $5\sqrt{2}-2$ (B) $5\sqrt{2}+2$ (C) $6\sqrt{2}-2$ (D) $6\sqrt{2}+2$ (E) 8

6. 正项数列 $\{a_n\}$ 中, $S_n = \frac{1}{2}(a_n + \frac{1}{a_n})$, 则 $a_n =$ ()

- A. $\sqrt{n} - \sqrt{n-1}$ B. $\sqrt{n} + \sqrt{n-1}$ C. $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$
D. $\sqrt{n+1} + \sqrt{n}$ E. $\sqrt{n} + 2\sqrt{n-1}$

7. 在圆周上有 10 个等分点, 以这些点为顶点, 每 3 个点可以构成一个三角形, 如果随机选择了 3 个点, 刚好构成直角三角形的概率是

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$ E. $\frac{2}{5}$

8. 一个篮球运动员投篮一次得 3 分的概率为 a ，得 2 分的概率为 b ，不得分的概率为 c ($a, b, c \in (0, 1)$)，已知他每次投篮得分乘以对应概率相加得 2 (不计其它得分情况)，则 ab 的最大值为

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{24}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{48}$ E. $\frac{2}{5}$

9. 口袋里放有大小相等的两个红球和一个白球，有放回地每次摸取一个球，数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_n = \begin{cases} -1, & \text{第}n\text{次摸到红球,} \\ 1, & \text{第}n\text{次摸到白球,} \end{cases}$ 如果 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，那么 $S_9 = 3$ 的概率为

- A. $\frac{7 \cdot 2^5}{3^8}$ B. $\frac{23 \cdot 2^5}{3^9}$ C. $\frac{25 \cdot 2^5}{3^9}$ D. $\frac{19 \cdot 2^5}{3^9}$ E. $\frac{5 \cdot 2^5}{3^8}$

10. 在圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上与直线 $4x + 3y - 12 = 0$ 距离最小的点的坐标是

- (A) $\left(\frac{8}{5}, \frac{6}{5}\right)$ (B) $\left(\frac{8}{5}, -\frac{6}{5}\right)$ (C) $\left(-\frac{6}{5}, \frac{8}{5}\right)$ (D) $\left(-\frac{8}{5}, -\frac{6}{5}\right)$ (E) $\left(\frac{6}{5}, \frac{8}{5}\right)$

A:

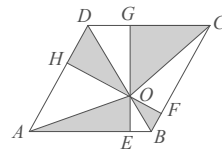
11. 袋内装有 35 个球，每个球上都记有从 1 到 35 的一个号码，设号码为 n 的球重 $\frac{n^2}{3} - 5n + 20$ 克，这些球以等可能性从袋中取出 (不受重量和号码等因素的影响)，求

如果任意取出的 2 个球，试求它们的重量相等的概率

- (A) $\frac{1}{85}$ (B) $\frac{1}{72}$ (C) $\frac{1}{82}$ (D) $\frac{1}{70}$ (E) $\frac{1}{69}$

12. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，已知： $AB=BC=CD=DA=BD$ ，过平行四边形对角线 BD 上任一点 O 作各边的垂线 OE 、 OF 、 OG 、 OH ，连 OA 、 OB 、 OC 、 OD ，又图中阴影部分面积为 1.5，求平行四边形 $ABCD$ 的面积。

- (A)3 (B)3.5 (C)4 (D)4.5 (E)5



13. 已知对于任意正整数 n , 都有 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n^3$, 则 $\frac{1}{a_2 - 1} + \frac{1}{a_3 - 1} + \dots + \frac{1}{a_{100} - 1}$

- (A) $\frac{33}{100}$ (B) $\frac{23}{100}$ (C) $\frac{13}{100}$ (D) $\frac{37}{100}$ (E) $\frac{47}{100}$

14. A, B, C 三名学生参加一次考试, 试题共 10 道, 每道都是判断题, 每题 10 分, 答对得 10 分, 答错得零分, 满分为 100 分. 正确的打“√”, 错误的打“×”. 他们的答卷如表所示. 考试成绩公布后, 三人都是 70 分, 则标准答案中“√”与“×”的数量相差几个?

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	×	√	√	√	×	√	×	×	√	×
B	×	×	√	√	√	×	√	√	×	×
C	√	×	√	×	√	√	√	×	√	√

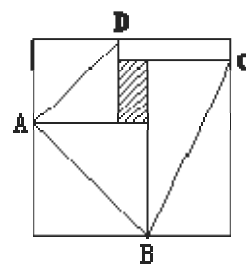
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

15. 某种汽车购买时的费用为 10 万元, 每年的保险费、养路费及汽油费合计为 9 千元; 汽车的维修费用平均为: 第一年 2 千元, 第二年 4 千元, 第三年 6 千元, 依等差数列逐年递增. 问这种汽车使用多少年报废最合算 (即年平均费用最少)?

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

16. 如图, 正方形与阴影长方形的边分别平行, 若正方形的边长为 10, 阴影长方形的面积为 6, 则图中四边形 $ABCD$ 的面积是多少?

- (A) 47 (B) 49 (C) 51 (D) 53 (E) 55



17. 若一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x} = 5$, 方差为 $\sigma^2 = 2$, 则另一组数据

$3x_1 + 1, 3x_2 + 1, 3x_3 + 1, \dots, 3x_n + 1$ 的平均数为 _____, 方差为 _____.

- (A) 16; 9 (B) 16; 6 (C) 18; 18 (D) 16; 18 (E) 18; 16

18. 某大楼从一楼到二楼的楼梯共 10 级. 上楼时可以一步走一级也可以一步跨两级, 规定从一楼到二楼不多不少用 8 步走完, 则不同的上楼方法数为

- (A) 45 (B) 36 (C) 28 (D) 25 (E) 18

19. 函数 $f(x)$ 满足: $x \geq 4$, 则 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 当 $x < 4$, $f(x) = f(x+1)$, 则 $f(2 + \log_2 3) =$

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{24}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) 1

20. 若 $x^3 + 5x^2 + 7x + a$ 有一因式 $x + 1$ ，则其必含下列哪个因式？

- (A) $x - 1$ (B) $x - 2$ (C) $x + 2$ (D) $x - 3$ (E) $x + 3$

21. 如果 $x^4 - x^3 + mx^2 - 2mx - 2$ 能分解成两个整数系数的二次因式的积，试求 m 的值。

- (A) 1或2 (B) -1或2 (C) 1或-2 (D) ± 1 (E) ± 2

22. 已知长方形的长、宽为 x 、 y ，周长为 16，且满足 $x^2 - 2xy + y^2 - x + y - 2 = 0$ ，求长方形的面积。

- (A) 16 (B) 15 或 $\frac{63}{4}$ (C) 15 或 $\frac{65}{4}$ (D) 16 或 $\frac{65}{4}$ (E) 16 或 $\frac{63}{4}$

23. 已知多项式 $2x^3 - x^2 - 13x + k$ 有一个因式 $2x + 1$ ，则其必含有下列哪个因式？

- (A) $x - 1$ (B) $x - 2$ (C) $x + 1$ (D) $x - 3$ (E) $x + 3$

24. 积 $(1 + \frac{1}{1 \times 3})(1 + \frac{1}{2 \times 4})(1 + \frac{1}{3 \times 5})(1 + \frac{1}{4 \times 6}) \cdots (1 + \frac{1}{98 \times 100})(1 + \frac{1}{99 \times 101})$ 的整数部分为

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

25. 已知 a 、 b 、 c 、 d 为互不相等的非零实数，且 $ac + bd = 0$ ，则 $ab(c^2 + d^2) + cd(a^2 + b^2)$ 的值等于

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 0

26. 已知 $a - b = 3$ ， $a - c = \sqrt[3]{26}$ ，求 $(c - b)[(a - b)^2 + (a + c)(a - b) + (a - c)^2]$ 的值

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 3.5 (E) 1

27. 解方程 $(x^2 + 4x)^2 - 2(x^2 + 4x) - 15 = 0$ ，有几个整数解？

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

28. 求方程 $4x^2 - 4xy - 3y^2 = 5$ 的整数解有几种？

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

29. 若 $\frac{\lg x + \lg y}{\lg x} + \frac{\lg x + \lg y}{\lg y} + \frac{[\lg(x - y)]^2}{\lg x \lg y} = 0$ ，求 $\log_5(x + y)$ 的值。

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 8 (E) 0.5

30. 已知 $\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} = 3$ ，求 $\frac{(a\sqrt{a} + \frac{1}{a\sqrt{a}} + 2)(a^2 + \frac{1}{a^2} + 3)}{\sqrt[4]{a} + \frac{1}{\sqrt[4]{a}}}$ 的值。