



2021陈剑
数学考前...

命题预测二

1. 甲、乙两个长方体水池装满了水，两水池的高相等。已知甲池的排水管 10 分可将水排完，乙池的排水管 6 分可将水排完。同时打开甲、乙两池的排水管，() 分后甲池的水位高正好是乙池水位高的 3 倍。

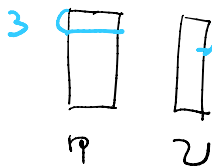
A.1

B.2

C.3

D.4

E.5



设高为 30.

$$(30-3t) = 3 \times (30-5t)$$

$$a_2 \cdot a_{14} = a_5^2 = (a_1 - 3d)(a_1 + 9d) = a_5^2$$

$$\frac{f(1)+f(10)}{2} \times 10 = 300$$

$f(x) = ax + b$

2. 已知 $f(x)$ 为一次函数，若 $f(3)=15$ ，且 $f(2), f(5), f(14)$ 成等比数列，则 $f(1)+f(2)+\dots+f(10)=$ _____.

A.200

B.100

C.600

D.500

E.300

$$f(3) = 3a + b = 15$$

$$f(2) \cdot f(14) = f(5)^2$$

$$(2a+b)(14a+b) = (5a+b)^2$$

$$(15-a)(15+11a) = (15+2a)^2$$

$$\begin{cases} a=6 \\ b=-3 \end{cases}$$

$f(x)$ 为二次函数

$$f(x+1) = f(x) + x + 1$$

求

$$S_n = n^2 - 2n + 5$$

$$a_1 = S_1$$

S_n

$$S_{n+1} = S_n + n + 1$$

$$S_{n+1} - S_n = n + 1$$

$$a_{n+1} = n + 1$$

$$a_n = n$$

3. 某班 45 人参加数学考试，共有四个考题，结果有 37 人答对了第一题，有 25 人答对了第二题，有 40 人答对了第三题，有 39 人答对了第四题，则四道题都对的同学至少有多少人？

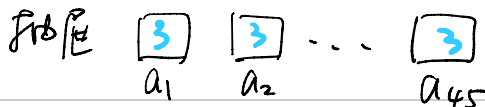
A.7

B.6

C.5

D.4

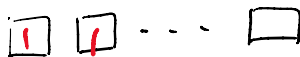
E.3



$$37 + 25 + 40 + 39 = 141 \quad (\text{记号抽题})$$

$$141 - 45 \times 3 = 6$$

$$\text{反例: } 8 + 20 + 5 + 6 = 39 \quad (\text{记号})$$



$$a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{45} \quad (\text{空抽题})$$

4. 甲、乙、丙三杯盐水的浓度分别为 38%, 87.5% 和 75%。已知三杯盐水共 200 克，其中甲与乙内两杯盐水的质量和相等，三杯盐水混合后，盐水的浓度变为 60%，那么丙杯中有盐水多少克。

A.50

B.54

C.46

D.40

E.44

$$100 \times 38\% + 87.5\% \times (100 - x) + 75\% x = 200 \times 60\%$$

$$\begin{matrix} \text{甲 } 38\% \\ \text{乙 } 87\% \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} 60\% \\ 22\% \end{matrix} \right. \quad \left\{ \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right.$$

$$\text{丙 } a \geq |c| \checkmark \frac{c-b}{2}$$

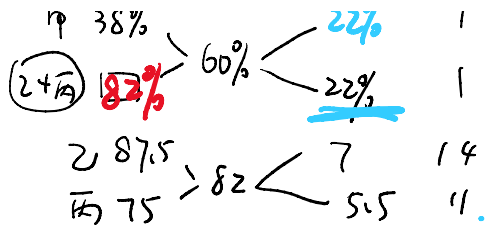
$$S_n = an^2 + bn$$

$$\Rightarrow a_n = 2an + (b-a)$$

$$A: |x-a| \leq 1$$

$$B: |x-b| \leq 2$$

$$A \subset B$$



$\begin{matrix} \text{甲 } a \\ \text{乙 } b \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} c \\ c \end{matrix} \right. \left\{ \begin{matrix} \frac{c-b}{a-c} \\ \frac{c-b}{a-c} \end{matrix} \right.$

5. 袋子里有若干个球，小明每次拿出其中的一半再放回一个球，一共这样做了5次，袋子里还有3个球，则原来袋子里有()个球。

- A.34 B.32 C.30 D.28 E.26

34

第1次倒拿: $\frac{34}{2} + 1 = 18$

第2次倒拿: $\frac{18}{2} + 1 = 10$

第3次倒拿: $\frac{10}{2} + 1 = 6$

⋮

⋮

第5次: 3

第4次:

递推: 第n次倒拿 a_n

第n+1次倒拿 $a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + 1$

6. 某校甲、乙两个班级各有5名编号为1, 2, 3, 4, 5的学生进行投篮练习, 每人投10次, 投中的次数如下表:

学生	1号	2号	3号	4号	5号
甲班	6	7	7	8	7
乙班	6	7	6	7	9

则以上两组数据的方差中, 方差的最小值为 $s^2 =$ _____.

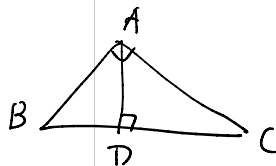
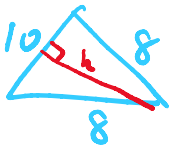
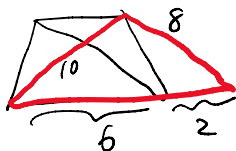
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{7}{16}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{4}{5}$ E. $\frac{2}{3}$

$s^2 = \frac{1}{5} [1^2 + 1^2] = \frac{2}{5}$

标准差 $s = \sqrt{s^2}$

7. 已知梯形上底为2, 下底为6, 两条对角线长度分别为8和10, 则梯形的面积为多少?

- A. $3\sqrt{59}$ B. $4\sqrt{59}$ C. $6\sqrt{29}$ D. $5\sqrt{37}$ E. $5\sqrt{39}$



$AD^2 = BD \times CD$

$AB^2 = BD \times BC$

$AC^2 = CD \times BC$

8. 有一条长180厘米的绳子, 从一端开始每3厘米作一记号, 每5厘米也作一记号, 然后将标有记号的地方剪断, 绳子共被剪成多少段?

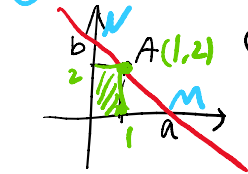
- A.80 B.81 C.82 D.83 E.84

例: $\frac{180}{3} + \frac{180}{5} - \frac{180}{15} = 84$

$$段数 = \frac{180}{3} + \frac{180}{5} - \frac{180}{15} = 84$$

9. 在直角坐标系中，过点 A(1,2) 且斜率小于 0 的直线中，当在两坐标轴上的截距之和最小时，该直线的斜率为

- A. $-\sqrt{2}$ B. -1 C. -2 D. $-\frac{1}{2}$ E. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$



① $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
②面积
③两截之和

$$\text{过 } A(1,2): \frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$$

$$\text{求 } a+b = (a+b) \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b}\right) = 3 + \frac{b}{a} + \frac{2a}{b} \geq 3 + 2\sqrt{2}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{2a}{b}$$

$$b = \sqrt{2}a$$

$$\text{② } S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \geq 4$$

$$1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{2}{ab}} \Rightarrow ab \geq 8 \quad \left(\frac{1}{a} = \frac{2}{b}\right)$$

$$k = -2$$

$$\text{③ 求 } AM \cdot AN \quad y = k(x-1) + 2$$

$$M\left(1 - \frac{2}{k}, 0\right) \quad N(0, 2-k) \quad A(1,2)$$

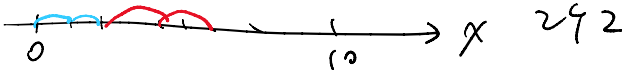
$$AM \cdot AN = \sqrt{\left(\frac{2}{k}\right)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + k^2} = 2\sqrt{\left(\frac{1}{k} + 1\right)(1+k^2)} \geq \sqrt{2 + \frac{1}{k^2} + k^2} \geq 4$$

10. 某机器人从坐标原点向 x 轴正方向移动，每次可以移动一个或两个坐标单位，则机器人从原点出发，移动 8 次，到达坐标 10，共有 () 种不同的方法。

- (A)28 (B)30 (C)32 (D)36 (E)40

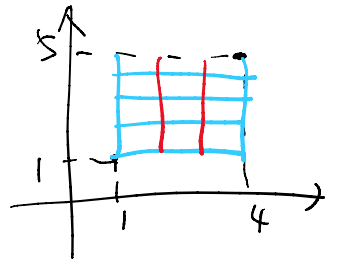
6个1

$$k = -1$$



$$\frac{8!}{6! \times 2!} \text{ 或 } C_8^2 \times C_6^6$$

机器人 x 已方向，y 已方向。
每次一个单位。从 (1,1) 点到 (4,5) 点的移动方法？



(4,5) 点的移动方法？

3右4上

$$C_7^4 = 35$$

右右右 上上上上

$$\frac{7!}{3! \times 4!}$$

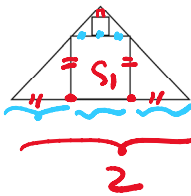
aabbbcccc

11. 如图，在斜边长为 2 的等腰直角三角形内，不断作正方形，设这些正方形的面积的分别为 S_1, S_2, \dots, S_n ，当 n 很大时，则

$S_1 + S_2 + \dots + S_n$ 最接近于

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{5}$ E. $\frac{5}{6}$

首项
1-公比



$$\text{第一正方形边长为 } \frac{2}{3}, \quad S_1 = \frac{4}{9}$$

公比为 $\frac{1}{3}$

$$S_1 + S_2 + \dots = \frac{\frac{4}{9}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{1}{2}$$

12. 若 $abc \neq 0$, 可确定代数式 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 的数值. (D)

(1) $ab+bc+ac=0$

(2) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2$

1) $ab+bc+ac=0 \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$

(2) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2 + 2ab+2bc+2ca$

$S_n, S_{2n}-S_n, S_{3n}-S_{2n} \dots$
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{公差 } n^2 d \\ \text{首项 } a_1 n$

13. 已知 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_2=4, S_5=20$, 则 $S_{10} > 300$.

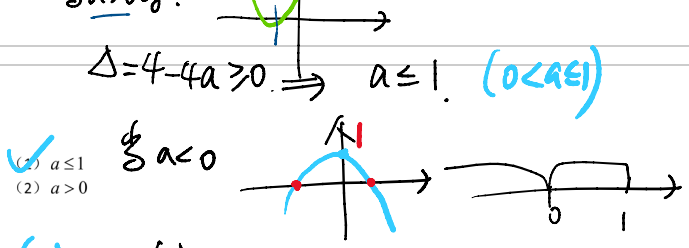
$\{a_n\}$ 是等差数列 (B)

$\{a_n\}$ 是等比数列

(1) $S_4, S_8-S_4, S_{12}-S_8, S_{16}-S_{12}$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $4 \quad 16 \quad 28 \quad 40$
 $\Delta \quad \Delta \quad \Delta \quad \Delta$

(2) $S_4, S_8-S_4, S_{12}-S_8, S_{16}-S_{12}$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $4 \quad 16 \quad 64 \quad 256$
 $\Delta \quad \Delta \quad \Delta \quad \Delta$

14. 已知 a 不为 0, 则一元二次方程 $ax^2+2x+1=0$ 至少有一个负根.
 (1) $a > 0$ 时: $\Delta = 4-4a \geq 0 \Rightarrow a \leq 1$ (0 < a <= 1)



(A) 结论: $a \leq 1$

2020. $f(x) = (ax-1)(x-4)$

15. 某人投篮的命中率为 $\frac{1}{2}$, 投中一次记 1 分, 未投中则扣 1 分, 若他投了 6 次, 则概率 p 大于 $\frac{15}{64}$ (B)
 $C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad p = \frac{1}{2}$

他共得 2 分的概率为 p

他共得 0 分的概率为 p

(1) $p = C_6^4 (\frac{1}{2})^6$

(2) $p = C_6^2 (\frac{1}{2})^6$

设 $\left\{ \begin{array}{l} \text{设 } 2: 3! \\ \text{设 } 2: C_2^1 \times C_2^1 \times 2! \end{array} \right.$

16. 甲、乙、丙、丁四人分四本不同的书, 每人分一本, 则事件 A 的概率是 $\frac{1}{2}$.

事件 A 表示语文书不分给甲, 数学书不分给乙.

事件 A 表示语文书不分给甲也不分给乙.

(1) $p = 1 - \frac{3!+3!-2!}{4!} = \frac{7}{12}$

$A \cup B = A + B - A \cap B$

重复 6 次

① 正面向上为偶数次的:

$C_6^0 (\frac{1}{2})^6 + C_6^2 (\frac{1}{2})^6 + C_6^4 (\frac{1}{2})^6 + C_6^6 (\frac{1}{2})^6$
 $= (C_6^0 + C_6^2 + C_6^4 + \dots + C_6^6) (\frac{1}{2})^6 = \frac{1}{2}$

$C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + \dots = 2^{n-1}$

$C_n^1 + C_n^3 + \dots = 2^{n-1}$

(2) 事件A表示语文书不分给甲也不分给乙. $\frac{1}{2} \cdot 1 - (B)$
 (1) $p = 1 - \frac{3!+3!-2!}{4!} = \frac{7}{12}$
 (2) $p = \frac{C_2^1 \times 3!}{4!} = \frac{1}{2}$
 $A \cup B = A + B - A \cap B$

17. 已知圆C: $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 和两点 $A(-m, 0)$ 、 $B(m, 0)$ ($m > 0$), 若圆C上存

$$C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n - 1$$

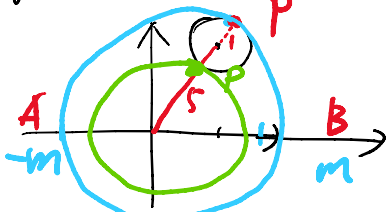
② 正向向上次数 > 反向向上次数

4	2
5	1
6	0

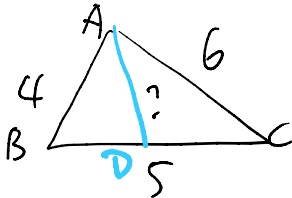
$$C_6^4 \left(\frac{1}{2}\right)^6 + C_6^5 \left(\frac{1}{2}\right)^6 + C_6^6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{11}{32}$$

直径所对的圆周角为 90°
 在点P使得 $\angle APB = 90^\circ$ 则m得最大值是 ()
 (A) 7 (B) 5 (C) 5 (D) 4 (E) 3
答案为4

P在以AB为直径的圆上



18. 在三角形ABC中, $AB=4$, $AC=6$, $BC=5$, AD为 $\angle BAC$ 的角平分线, 则AD= ()
 A. $\sqrt{15}$ B. 4 C. 4.2 D. $3\sqrt{2}$ E. $2\sqrt{5}$



$$\begin{aligned}
 AD^2 &= AB \times AC - BD \times CD \\
 &= 4 \times 6 - 2 \times 3 \\
 &= 24 - 6 = 18
 \end{aligned}$$

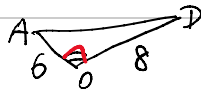
$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$$



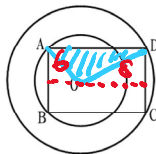
$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} S_{\square}$$



$$S_{\Delta} = \frac{1}{4} S_{\square}$$



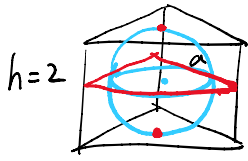
19. 如图所示, 两同心圆的半径分别为6和8, 矩形ABCD的边AB、CD分别为两圆的弦, 则矩形面积的最大值为 ()
 (A) 96 (B) 108 (C) 124 (D) 144 (E) 148



$$\begin{aligned}
 S_{ABCD} &= 4 S_{\Delta AOD} \\
 &\leq 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \right) = 96.
 \end{aligned}$$

20. 正三棱柱内有一内切球，半径为1，则这个正三棱柱的体积是()

- (A) $6\sqrt{3}$ (B) $3\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{2}$ (D) $8\sqrt{3}$ (E) $2\sqrt{6}$



$$r=1$$
$$r = \frac{\sqrt{3}}{6}a = 1$$

$$a = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$V = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2\sqrt{3})^2 \times 2 = 6\sqrt{3}$$

