2021陈剑数学考前 - 腾讯课堂 - note

2021陈剑
数学考前...

20 个必考要点掌握

1.应用题：比例和百分比 （数量关系）

甲、乙、丙 . 增长率，下降率.

2.应用题：路程问题 <问求>

直线

1个人：变速

2个人：相遇

3个人：相遇

3.应用题：工程问题 <问求>

求时间 （变效率）

4.应用题：不定方程 （充分）

① 加减：$ax \pm by =$ 常数 ② 乘法：$(\quad)(\quad)=$ 常数

③ 分式：$\frac{a}{x} \pm \frac{b}{y} =$ 常数 ④ 平方.

5.应用题：至少至多和最值

分蛋糕 求 函数

6.代数：表达式化简求值 $x+\frac{1}{x}$

平方公式，立方公式

"整体法"

1

$|a-b|=2$

$|a^3-b^3|=26$

求 a^2+b^2

$a=3,\ b=1$

7.代数：绝对值

① 绝对值方程，不等式

② 绝对值大小（充分） ③ 几何图形.

8.代数：方程不等式的根与零点 （画图）

9.代数：抛物线 范围及最值.

S_n.

10.代数：数列求和及递推公式 a_n 等差.

S_n

求 $\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\cdots+\frac{1}{a_{99}\cdot a_{100}}$

$=\frac{1}{d}\left[\left(\frac{1}{a_1}-\cancel{\frac{1}{a_2}}\right)+\left(\cancel{\frac{1}{a_2}}-\cancel{\frac{1}{a_3}}\right)+\cdots+\left(\cancel{\frac{1}{a_{99}}}-\frac{1}{a_{100}}\right)\right]$

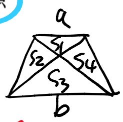
11.几何：三角形

两个三角形的关系：① 等高 ② 同底 ③ 共角.

两个三角形的关系：①等高 ②同底 ③共角.
④相似 ⑤全等.

12.几何：求解面积

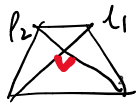
梯形：



① $\frac{S_1}{S_3}=\left(\frac{a}{b}\right)^2$ ② $S_2=S_4$

③ $\frac{S_1}{S_2}=\frac{S_4}{S_3}=\frac{a}{b}$ ④ $S_1S_3=S_2S_4$

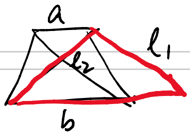
13.几何：位置关系



$l_1 \perp l_2$: $S=\frac{l_1 \cdot l_2}{2}$

直线与圆

圆与圆.



梯形面积＝三角形面积
(三边长为 $a+b$, l_1, l_2)

14.几何：动点最值 (x,y)

三类：
① 求 $ax+by$ 最值. 2016. 2018
② 求 $\frac{y-b}{x-a}$ 最值.
③ 求 x^2+y^2 最值. 2019. 2020

15.几何：柱体与球体

16.数据分析：列举法 $ax^2+bx+c=0$

17.数据分析：分组
- 无序分组（无组名）
- 有序分组（有组名）

18.数据分析：概率的取样 (颜色. 形状. 不完全相同…)

19.数据分析：独立事件与伯努利公式 一次 → 多次 (核心：画树状图)

"比赛"

20.数据分析：图表及方差

实力：平均值

稳定：稳定性

数学命题预测一

1. 甲、乙工程队需要在规定的工期内完成某项工程，若甲队单独做（$t+9$），则要超工期 9 天完成，若乙队单独做（$t+16$），则要超工期 16 天完成，若两队合作，则恰好可以按期完成，则该工程计划的工期为（ t ）天.

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8　　E. 12

$$\left(\frac{1}{t+9}+\frac{1}{t+16}\right)\times t=1 \Rightarrow t=12$$

另：甲：$t+9$ 天 完
乙：$t+16$ 天 完
甲 t 天 乙 t 天 完

⇒ 甲 9 天 = 乙 t 天
甲 t 天 = 乙 16 天

$\frac{9}{t}=\frac{t}{16}$　$t=12$

2. 把浓度为 20%、30%和 50%的某溶液混合到一起，得到浓度为 36%的溶液 50 升.已知浓度为 30%的溶液用量是浓度为 20%的溶液用量的 2 倍，浓度为 30%的溶液的用量是（ ）升.

$2x$ 升　$50-3x$　x 升

A. 10　　B. 18　　C. 20　　D. 30　　E. 60

$$20\%\cdot x+30\%\cdot 2x+50\%(50-3x)=36\%\times 50$$

$x=10.$

$30\% : 20\% = 2:1$

⇓

$30\%\times\frac{2}{3}+20\%\times\frac{1}{3}=\boxed{\frac{80\%}{3}}$

$\frac{80\%}{3}$　　14%　　3
　　36%
50%　　$\frac{28\%}{3}$　　2

3. 甲、乙两个小朋友各有一袋糖，每袋糖不到 20 粒.如果甲给乙一定数量的糖后，甲的糖就是乙的糖粒数的 2 倍；如果乙给甲同样数量的糖后，甲的糖就是乙的糖粒数的 3 倍.那么，甲、乙两个小朋友共有糖（ ）粒.

A. 12 B. 16 C. 18 D. 24 E. 36

x, y, n

$$\begin{cases}\frac{x-n}{y+n}=2\\ \frac{x+n}{y-n}=3\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x-n=2y+2n\\ x+n=3y-3n\end{cases}$$

$y=7n$. $x=17n$.

$n=1$. $x=17$. $y=7$

4. 甲班有 42 名学生，乙班有 48 名学生.已知在某次数学考试中按百分制评卷，评卷结果各班的数学总成绩相同，各班的平均成绩都是整数，并且平均成绩都高于 80 分.那么甲班的平均成绩比乙班高（ ）分.

A. 12 B. 16 C. 18 D. 19 E. 20

x分 y分

$42x=48y$, $\Rightarrow 7x=8y$.

令 $y=7k$. $x=8k>80$

$k=12$.

5. 某连锁店在 10 个城市共有 100 个分店，每个城市的分店数量均不相同，如果分店数量排名第 5 多的城市有 12 个分店，则分店数量排名最后的城市至多有（ ）个分店.

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5 E. 6

“分蛋糕”

16 15 14 13 | | $x+4$ $x+3$ $x+2$ $x+1$ x

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

少 12 少 至多

<至少>

$14\times5+(x+2)\times5=100$

$x=4$.

S_n $f(n+1)=f(n)+n+1$ S_{10}

6. 已知 $f(x)$ 为二次函数，若 $f(0)=0, f(x+1)=f(x)+x+1$，则 $f(10)=$

A. 52 B. 55 C. 56 D. 60 E. 100

$f(x)=ax^2+bx$ $a(x+1)^2+b(x+1)=ax^2+bx+x+1$

$\Rightarrow\begin{cases}2a+b=b+1\\ a+b=1\end{cases} \Rightarrow a=b=\frac{1}{2} \Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x$

另: $S_{n+1}=S_n+n+1 \Rightarrow S_{n+1}-S_n=n+1$

$a_{n+1}=n+1$

$a_n=n$

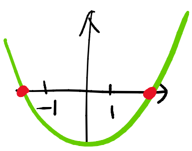
$$\begin{cases}S_2-S_1=2\\ S_3-S_2=3\\ \vdots\\ S_{10}-S_9=10\end{cases}$$

$S_{10}=1+2+3+\cdots+10=55$

7. 二次方程 $x^2+(a^2+1)x+a-2=0$ 有一个根比 1 大,另一个根比-1 小，则 a 范围是

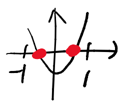
A. $-3<a<1$ B. $-2<a<0$ C. $-1<a<0$

D. $0<a<2$ E. $-3<a<2$



$\begin{cases}f(-1)<0\\ f(1)<0\end{cases}$

<延:> 两根都在-1, 1之间.



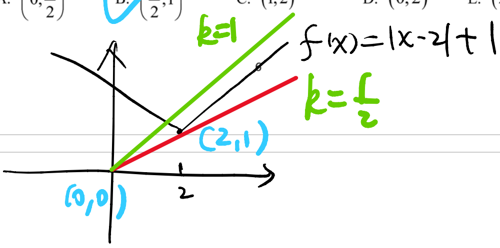
$\begin{cases}f(-1)>0\\ f(1)>0\\ -1<-\frac{b}{2a}<1\\ \Delta\geq0\end{cases}$

8. 已知函数 $f(x)=|x-2|+1, g(x)=kx$，若方程 $f(x)=g(x)$ 有两个不相等的实根，则实数 k 的取值范围是

A. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$ B. $\left(\frac{1}{2},1\right)$ C. $(1,2)$ D. $(0,2)$ E. $(2,+\infty)$

$k=1$ $f(x)=|x-2|+1$

A. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$　B. $\left(\frac{1}{2},1\right)$　C. $(1,2)$　D. $(0,2)$　E. $(2,+\infty)$



9. 已知 $x>0,y>0$ 且 $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1$，若 $x+2y>m^2+2m$ 恒成立，则 m 的取值范围为

A. $(-1,0)$　B. $(-4,2)$　C. $(2,+\infty)$

D. $(-1,1)$　E. $(-1,0)\cup(1,+\infty)$

$$(x+2y)\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}\right)=4+\boxed{\frac{4y}{x}+\frac{x}{y}}\geq 4+2\sqrt{4}=8$$

$$m^2+2m<8$$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足：$S_n+S_m=S_{n+m}$，且 $a_1=1$，那么 $\cancel{a_{10}}=$　S_{10}. a_{100} S_{100}

A. 1　B. 9　C. 10　D. 55　E. 57

取值　$m=1$：$S_n+S_1=S_{n+1}$

$S_{n+1}-S_n=S_1=a_1=1$

$a_{n+1}=1$

$x=0$: $a_0=1$.

$(a_2+a_4)(a_1+a_3)$

11. 若 $(2x+1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$，则 $(a_0+a_2+a_4)(a_1+a_3)$ 的值为

A. 1680　　B. 1840　　C. 1240　　D. 1640　　E. 1820

$x=1$: $3^4 = a_0+a_1+a_2+a_3+a_4$

$x=-1$: $1 = a_0-a_1+a_2-a_3+a_4$

相加: $a_0+a_2+a_4=41$.　$a_1+a_3=40$

9 4 7 9

12. 数列 $\{a_n\}$，则 $a_{2017}+a_{2018}+a_{2019}+a_{2020}=24$.

C. E.

（1）数列 $\{a_n\}$ 中任何连续三项和都是 20.

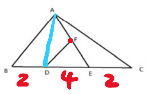
（2）$a_{102}=7, a_{1000}=9$.

a_{102}　a_{103}　a_{104}　a_{105} ... a_{108} .... a_{999}　a_{1000}　a_{1001}

7　$\underbrace{\quad\quad}_{13}$　7　7　7　9　4

13. 如图 BD,DE,EC 的长分别是 2,4,2. 且 F 是 AE 的中点,三角形 ABC 中 BC 边上的高为 4，则三角形 DEF 的面积是

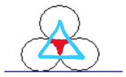
A. 2　　B. 4　　C. 5　　D. 6



$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} DE \times h = \frac{1}{2}\times4\times4=8$.

$S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADE} = 4$.

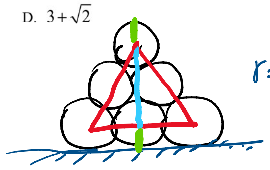
14. 如图，某城市公园的雕塑是由 3 个直径为 2 的圆两两相切垒立在水平的地面上，则雕塑的最高点到地面的距离为



A. $2+\sqrt{3}$　　B. $3+\sqrt{3}$

C. $2+\sqrt{2}$　　D. $3+\sqrt{2}$

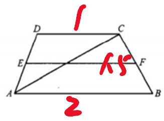
E. $3+2\sqrt{2}$



$r=1$

$2\sqrt{3}+2$

15. 如图，梯形 ABCD 中 DC // AB，EF 为中位线，AC 为对角线，若 $S_{\triangle ADC}:S_{\triangle ABC}=1:2$，则四边形 CDEF 与四边形 BAEF 的面积比是　等高



A. 1:2　B. 5:7　C. 4:5　D. 7:9　E. 3:4

$$\frac{S_{CDEF}}{S_{BAEF}}=\frac{1+1.5}{2+1.5}$$

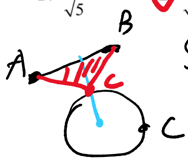
△ABC 面积最小

16. 已知两个点 $A(2,-3)$ 和 $B(-1,3)$，则一个圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=\frac{1}{5}$ 与直线 AB 之间最短距离为

C点在圆上

A. $\frac{3}{5}$　B. $\frac{2}{5}$　C. $3\sqrt{5}$　D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$　E. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

$k=\frac{6}{-3}=-2$



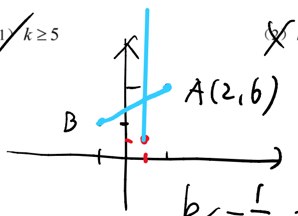
$S=\frac{1}{2}AB\times h$

AB方程：$2x+y-1=0$

圆心 $(1,2)$　$d=\frac{3}{\sqrt{5}}$　最小 $d-r=\frac{2}{\sqrt{5}}$

17. 已知定点 $A(2,6), B(-1,3)$，直线 l 过点 $P(1,2)$，则能确定直线 l 与线段 AB 相交.

(1) $k\ge 5$　　(2) $k\le -\frac{1}{3}$　　(A)



$k_{AP}=4$

$k_{BP}=-\frac{1}{2}$

$k\le -\frac{1}{2}$ 或 $k\ge 4$.

① 逆时针旋转：k增大 (顺) (减小)

② 以竖线为界分开.

<2019-25>

18. 将标号为 1，2，3，4，5，6 的 6 张卡片放入 3 个不同的信封中．若每个信封放 2 张，其中标号为 1，2 的卡片放入同一信封，则不同的方法共有

A. 12 种　　B. 18 种

C. 24 种　　D. 36 种

E. 48 种

先分堆：(1 2) (2张) (2张)

$$\frac{C_4^2C_2^2}{2!}\times 3!=18$$

(2人) (2人) (2人)

$$\frac{C_6^2C_4^2C_2^2}{3!}$$

(2男) (2女)

(1男1女) (1男1女) (2男)

4男2女

$$\frac{C_4^1C_2^1\times C_3^1C_1^1\times C_2^2}{2!}$$

<2020>

19. 三行三列间距相等共有九盏灯，任意亮起其中的三盏灯组成一个三角形，持续 5 秒后换另一个三角形，则如此持续亮灯，亮完所有的三角形组合至少需要（　）秒.

A. 380　　B. 400

C. 410　　D. 420

E. 450

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

20. 现有 15 个相同的球，按要求放入 4 个写上了 1、2、3、4 编号的盒子，则方法数不小于 400 种.

(1) 任取 5 个球，写上 1-5 编号，再放入盒内，使每个盒子都至少有一个球.

(2) 任取 10 个球，写上 1-10 编号，奇数编号的球放入奇数编号的盒子，偶数编号的球放入偶数编号的盒子.

(A)

(1) 写编号后，变成不同球.

先分堆：2 1 1 1：C_5^2 种

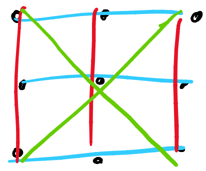
再排列：$C_5^2 \times 4! = 240$.

(2) 1~10 个球

1, 3, 5, 7, 9 放入 1, 3 两个盒：2^5

2, 4, 6, 8, 10 放入 2, 4 两个盒：2^5

共 $2^5 \times 2^5 = 2^{10} = 1024$



$C_9^3 - 8 = 76$ 个三角形

命题预测二

1. 甲、乙两个长方体水池装满了水，两水池的高相等.已知甲池的排水管 10 分可将水排完，乙池的排水管 6 分可将水排完.同时打开甲、乙两池的排水管，(　　) 分后甲池的水位高正好是乙池水位高的 3 倍.

A.1　　B.2　　C.3　　D.4　　E.5

2. 已知 $f(x)$为一次函数，若 $f(3)=15$，且 $f(2)$、$f(5)$、$f(14)$成等比数列，则 $f(1)+f(2)+\ldots+f(10)=$____.

A.200　　B.100　　C.600　　D.500　　E.300

3．某班45人参加数学考试,共有四个考题,结果有37人答对了第一题,有25人答对了第二题,有40人答对了第三题,有39人答对了第四题,则四道题都对的同学至少有多少人？

A.7　　B.6　　C.5　　D.4　　E.3

4. 甲、乙、丙三杯盐水的浓度分别为 38%,87.5%和 75%. 已知三杯盐水共 200 克，其中甲与乙丙两杯盐水的质量和相等，三杯盐水混合后，盐水的浓度变为 60%, 那么丙杯中有盐水多少克.

A.50　　B.54　　C.46　　D.40　　E.44

5.袋子里有若干个球，小明每次拿出其中的一半再放回一个球，一共这样做了 5 次，袋子里还有 3 个球，则原来袋子里有（　　）个球.

A.34　　B.32　　C.30　　D.28　　E.26

6. 某校甲、乙两个班级各有 5 名编号为 1，2，3，4，5 的学生进行投篮练习，每人投 10 次，投中的次数如下表：

学生	1 号	2 号	3 号	4 号	5 号
甲班	6	7	7	8	7
乙班	6	7	6	7	9

则以上两组数据的方差中，方差的最小值为 $s^2=$_______.

A.$\frac{1}{2}$　　B.$\frac{7}{16}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D.$\frac{4}{5}$　　E. $\frac{2}{3}$

7.已知梯形上底为2，下底为6，两条对角线长度分别为8和10，则梯形的面积为多少？

A. $3\sqrt{59}$　　B. $4\sqrt{59}$　　C. $6\sqrt{29}$　　D. $5\sqrt{37}$　　E. $5\sqrt{39}$

8. 有一条长180厘米的绳子，从一端开始每3厘米作一记号，每5厘米也作一记号，然后将标有记号的地方剪断，绳子共被剪成多少段？

A.80　　B.81　　C.82　　D.83　　E.84

9. 在直角坐标系中，过点 $A(1,2)$ 且斜率小于 0 的直线中，当在两坐标轴上的截距之和最小时，该直线的斜率为

A. $-\sqrt{2}$　　B. -1　　C. -2　　D. $-\dfrac{1}{2}$　　E. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

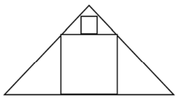
10.某机器人从坐标原点向 x 轴正方向移动，每次可以移动一个或两个坐标单位，则机器人从原点出发，移动 8 次，到达坐标 10，共有（　　）种不同的方法.

(A)28　　(B)30　　(C)32　　(D)36　　(E)40

11. 如图，在斜边长为 2 的等腰直角三角形内，不断作正方形，

设这些正方形的面积的分别为 $S_1, S_2, \ldots, S_n$，当 n 很大时，则

$S_1 + S_2 + \ldots + S_n$ 最接近于



A. $\dfrac{1}{2}$　　B.1　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{4}{5}$　　E. $\dfrac{5}{6}$

12. 若 $abc \neq 0$，可确定代数式 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$ 的数值.

（1）$ab+bc+ac=0$

（2）$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2$

13. 已知 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_4 = 4$，$S_8 = 20$.则 $S_{16} > 300$.

（1）$\{a_n\}$ 是等差数列

（2）$\{a_n\}$ 是等比数列

14.已知 a 不为 0，则一元二次方程 $ax^2+2x+1=0$ 至少有一个负根.

（1）$a \leq 1$

（2）$a > 0$

15.某人投篮的命中率为 $\dfrac{1}{2}$，投中一次记 1 分，未投中则扣 1 分，若他投了 6 次，则概率 p 大于 $\dfrac{15}{64}$

（1）他共得 2 分的概率为 p

（2）他共得 0 分的概率为 p