

附 录



**全真模拟检测**





## 全真模拟检测题(一)参考答案与解析

### 一、问题求解

1. A

**【解析】**本题不可能求出  $a, b$  的值, 应利用  $a+3b=0$  找出  $a, b$  之间的关系解答.

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{b}{a+2b}\right) \div \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-4b^2} &= \left(\frac{a+2b}{a+2b} - \frac{b}{a+2b}\right) \cdot \frac{(a+2b)(a-2b)}{(a+b)^2} \\ &= \frac{a+b}{a+2b} \cdot \frac{(a+2b)(a-2b)}{(a+b)^2} = \frac{a-2b}{a+b}, \end{aligned}$$

由  $a+3b=0$  得  $a=-3b$ , 所以  $\frac{a-2b}{a+b} = \frac{-3b-2b}{-3b+b} = \frac{-5b}{-2b} = \frac{5}{2}$ . 选 A.

2. A

**【解析】**已知 6 铅笔 = 5 橡皮, 6 橡皮 - 5 铅笔 = 1 橡皮 + 1 铅笔 = 1.1(元), 得到: 1 铅笔 = 0.5 元, 1 橡皮 = 0.6 元. 因此, 1 橡皮 - 1 铅笔 = 0.1(元), 选 A.

3. D

**【解析】**设这两个数为  $a$  与  $b$ ,  $a < b$ , 且设  $(a, b) = d$ ,  $a = da_1$ ,  $b = db_1$ , 其中  $(a_1, b_1) = 1$ . 因为“两个自然数的积 = 两数的最大公约数  $\times$  两数的最小公倍数”, 因此  $240 = d \cdot 60$ . 解出  $d = 4$ , 因此  $a = 4a_1$ ,  $b = 4b_1$ .

因为  $a$  与  $b$  的最小公倍数为 60, 所以  $4 \cdot a_1 \cdot b_1 = 60$ , 于是有  $a_1 \cdot b_1 = 15$ .

$$\text{解得 } \begin{cases} a_1=1, \\ b_1=15 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a_1=3, \\ b_1=5, \end{cases} \text{ 则 } \begin{cases} a=4 \times 1=4, \\ b=4 \times 15=60 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=4 \times 3=12, \\ b=4 \times 5=20. \end{cases}$$

故两数最大相差 56, 选 D.

4. D

**【解析】**乙第二次追上甲, 比甲多跑两圈, 时间为  $200 \times 2 / (2.4 - 0.8) = 250(\text{s})$ , 选 D.

5. E

$$\text{【解析】三位循环节的纯循环小数 } 0.\dot{a}b\dot{c} = \frac{abc}{999} = \frac{abc}{9 \times 3 \times 37} = \frac{abc}{27 \times 37}.$$

显然最后最简分数的两位数质数分母只能是 37, 既然是可以化简的分数, 那么  $100a + 10b + c$  就应该是 27 的整数倍, 即  $100a + 10b + c = 27n$ ,  $n$  可取 1, 2,  $\dots$ , 36, 所以有 36 种情况, 选 E.

6. C

**【解析】**梯形面积为  $(5+7) \times 4 \div 2 = 24(\text{cm}^2)$ , 故  $S_{\triangle ABF} = S_{\triangle ADE} = 8 \text{ cm}^2$ , 求得

$$BF = 3.2 \text{ cm}, DE = 4 \text{ cm}, CF = 0.8 \text{ cm}, CE = 3 \text{ cm},$$

故  $S_{\triangle CEF} = 1.2 \text{ cm}^2$ , 剩余  $S_{\triangle AEF} = 6.8 \text{ cm}^2$ , 选 C.

7. C

**【解析】**由式①得  $1 < x < 3$ , 由式②得  $2 < x < 4$ , 联合式①和式②, 则  $2 < x < 3$ .

所有满足  $2 < x < 3$  的  $x$  都满足式③, 用抛物线画图法, 必须满足  $f(2) \leq 0$ , 且  $f(3) \leq 0$ . 注意可以取到等号, 求得  $m \leq 9$ . 选 C.

8. A

**【解析】**三分钟分裂一次. 初始容器内有两个细胞时, 相当于比原来少分裂一次, 所以是 57 分钟, 选 A.



9. B

**【解析】**求解  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的公共项, 相当于求解  $a_n = b_m$ , 其中  $m$  和  $n$  都是正整数. 数列  $\{b_n\}$  可以看作是除以 3 余 2 的正整数数列; 数列  $\{a_n\}$  可以看作是 2 的整数次幂, 而从首项开始除以 3 的余数分别是 2, 1, 2, 1, 2, 1,  $\dots$  交替.

因为  $\{b_n\}$  是从 5 开始的, 所以  $a_1 = 2$  是不满足的, 必须从  $a_3 = 8$  开始. 通过上面分析, 得到满足条件的数列是  $\{a_3, a_5, a_7, a_9, \dots\}$ , 前三项和

$$a_3 + a_5 + a_7 = 8 + 32 + 128 = 168.$$

选 B.

10. D

**【解析】**由题意得  $h = 2r$ , 侧面积  $S = 4\pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$ , 体积  $V = 2\pi r^3 = \frac{S}{4} \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ , 故选 D.

11. B

**【解析】** $y = 2x + 1$  与  $x = 2$  的交点为  $A(2, 5)$ , 在  $y = 2x + 1$  上取一点  $B(0, 1)$ , 则  $B$  关于  $x = 2$  的对称点为  $B'(4, 1)$ , 连接  $AB'$  的直线为  $y = 9 - 2x$  即为所求, 选 B.

**【另解】**根据对称, 两条直线的斜率互为相反数, 所以选 B.

12. A

**【解析】**直线斜率与抛物线开口方向都是由  $a$  决定, 四个选项中直线斜率都是正的, 故  $a > 0$ , 抛物线开口向上, 排除 C, D 选项. 由 A, B 选项可知  $b < 0$ , 因此抛物线的对称轴为  $x = -\frac{b}{2a}$  大于零, 所以选 A.

13. D

**【解析】**圆到直线距离最小的点在过圆心且与  $4x + 3y - 12 = 0$  垂直的直线上. 该直线方程为  $3x - 4y = 0$ , 与圆  $x^2 + y^2 = 4$  的交点为  $(\frac{8}{5}, \frac{6}{5})$ , 此点即为所求.

**【另解】**此题最快的解法是画图法, 所求到直线距离最短的圆上一点在第一象限, 再根据位置确定, 应选 D.

14. B

**【解析】**可采用特值法求解. 取  $a = 1$ , 显然满足题干, 排除 A, C 选项; 取  $a = 2$ , 显然不满足题干, 排除 D, E 选项, 故选 B. 此外, 可以画图分析, 参见图 1.

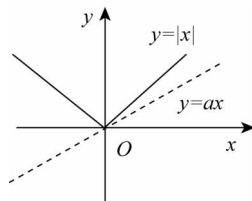


图 1

15. C

**【解析】**一共取 3 张, 至少 2 张价格相同, 反面的情况就是 3 张全部都不相同.

$$P\{\text{至少 2 张相同}\} = 1 - P\{\text{3 张各不相同}\} = 1 - \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_{10}^3} = \frac{3}{4}, \text{选 C.}$$

## 二、条件充分性判断

16. A

**【解析】**已知  $x_1, x_2$  为方程  $x^2 + kx - 4 = 0$  的两个根, 则  $x_1^2 + kx_1 - 4 = 0, x_1^2 = 4 - kx_1$ , 从而有

$$x_1^2 - 2x_2 = 4 - kx_1 - 2x_2.$$

当  $k = 2$  时, 有  $x_1 + x_2 = -2, 4 - kx_1 - 2x_2 = 4 - 2(x_1 + x_2) = 8$  满足结论, 条件(1)充分;

当  $k = -3$  时,  $x_1^2 - 2x_2 = 18$  或  $-7$ , 故条件(2)不充分. 选 A.



17. B

**【解析】**假设共 100 面旗帜.条件(1): 正方形旗帜 26 面(三角形旗帜 74 面), 红色旗帜 40 面, 红色的正方形旗帜 20 面, 则红色三角形旗帜 20 面, 绿色三角旗帜 54 面, 所求比率 =  $10/27$ , 条件(1)不充分.条件(2): 正方形旗帜 26 面(三角形旗帜 74 面), 红色旗帜 35 面, 红色的正方形旗帜 21 面, 则红色三角形旗帜 14 面, 绿色三角形旗帜 60 面, 所求比率 =  $7/30$ , 条件(2)充分. 所以选 B.

18. D

**【解析】**注意题意, 前三项成等差数列是已知条件, 成等比数列是待求结论, 即题目隐含  $2x=6+y$ .当  $4x+y=0$  时, 结合上述方程, 求得  $x=1, y=-4$ , 满足题干, 条件(1)充分;当  $x^2+3x-4=0$  时, 分解因式求得  $x=1, y=-4$  或者  $x=-4, y=1$ , 但是  $2x=6+y$ , 所以仍然求得  $x=1, y=-4$ , 满足题干, 条件(2)充分. 所以选 D.

19. E

**【解析】**显然条件(1)(2)单独都不充分, 所以答案只能是 C 或者 E. 令  $a=1, b=1$ , 不满足题干, 故选 E.

20. A

**【解析】**由条件(1)知最大的自然数是 12, 即三个自然数分别是 3, 6, 12, 条件(1)充分;

条件(2): 举反例, 三个数是 3, 9, 27, 满足等比数列, 但乘积显然不等于 216, 故条件(2)不充分.

所以选 A.

21. D

**【解析】**条件(1): 由韦达定理,  $x_1+x_2=8.5$ . 圆心距小于半径的和, 所以两圆相交, 即有 2 条公切线, 充分.

条件(2): 圆外一点到圆最远点和最近点, 这三个点在一条直线上, 且过圆心, 两个距离之差就是直径, 也充分. 所以选 D.

22. C

**【解析】**单独显然都不充分, 两个条件联合起来, 切线  $AB=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$ , 选 C.

23. A

**【解析】**由条件(1)得到 10 种情况: (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (5, 1), (5, 2),(6, 1), (6, 2), 故概率为  $\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$ , 充分; 由条件(2)得到的情况多于 10 种, 而总数不变, 故落入圆的概率大于  $\frac{5}{18}$ , 不充分. 所以选 A.

24. C

**【解析】**条件(1): 骰子有 1~6 点, 能成为等差数列的情况如下:公差为 0 有 6 种; 公差为 1 有 4 种(公差为 -1 的也有 4 种); 公差为 2 有 2 种(公差为 -2 的也有 2 种). 因此概率  $p=\frac{6 \times 2+6 \times 1}{6 \times 6 \times 6}=\frac{1}{12}$ , 故条件(1)不充分.

条件(2): 骰子有 1~6 点, 能成为等比数列的情况如下:

公比为 1 有 6 种; 公比为 2 有 1 种(公比为  $\frac{1}{2}$  的也有 1 种). 概率  $p=\frac{1 \times 2+6 \times 1}{6 \times 6 \times 6}=\frac{1}{27}$ , 故条



件(2)也不充分.

所以,掷骰子三次,点数依次既是等差数列又是等比数列,就是每次都是相同的点数的情况(共6种),概率  $p = \frac{6 \times 1}{6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{36}$ ,联合充分,选C.

25. D

**【解析】**从1到7中,共有3个偶数4个奇数.

条件(1):3个偶数相邻,将3个偶数捆绑在一起,和剩余的4个奇数全排列,同时3个偶数内部存在一个全排列; $n=5! \cdot 3!=720$ ,故条件(1)充分.

条件(2):3个偶数互不相邻,采用插空法,从剩余的4个奇数组成的5个空隙(包括两端)中,选择3个放入3个偶数,就能保证偶数互不相邻.所以先对4个奇数全排列,然后5个空隙选3个排列; $2n=4! \cdot C_5^3 \cdot 3!=1440$ ,故条件(2)也充分.所以选D.

## 全真模拟检测题(二)参考答案与解析

### 一、问题求解

1. B

**【解析】**由  $\frac{2}{x} = \frac{3}{y-z} = \frac{5}{z+x}$  得  $y=3x, z=\frac{3}{2}x$ , 所以  $\frac{5x-y}{y+2z} = \frac{5x-3x}{3x+3x} = \frac{1}{3}$ , 故选B.

**【另解】**本题也可用特殊值法来判断.

2. C

**【解析】**因为  $\frac{1 - \left(\frac{1}{n}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{n}\right)^2} + \frac{1 - n^2}{1 + n^2} = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} + \frac{1 - n^2}{1 + n^2} = 0$ , 即当  $x$  分别取值  $\frac{1}{n}$ ,  $n$  ( $n$  为正整数) 时, 计算

所得的代数式的值之和为0; 而当  $x=1$  时,  $\frac{1-1^2}{1+1^2}=0$ . 因此, 当  $x$  分别取值  $\frac{1}{2009}, \frac{1}{2008}$ ,

$\frac{1}{2007}, \frac{1}{2006}, \frac{1}{2005}, \dots, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots, 2005, 2006, 2007, 2008, 2009$  时, 计算所得各代数式的值之和为0. 故选C.

3. E

**【解析】**根据题目得到总天数:  $\frac{112}{14}=8$ , 然后用交叉法得到雨天是6天. 选E.

4. A

**【解析】** $x = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$ , 所以  $a=x-2=\sqrt{2}-1, b=2-\sqrt{2}$ , 因此  $a+b=1$ , 故

$$a^3 + b^3 + 3ab = (a+b)(a^2 - ab + b^2) + 3ab = (a+b)^2 = 1.$$

选A.

5. B

**【解析】**设每个工序分别安排的人数分别为  $a, b, c$ . 由题意有  $3a=5b=7c$ , 满足此条件的最小一组数为  $a=35, b=21, c=15$ .

得到  $a+b+c=71$ , 500 除以 71 余 3, 所以裁员 3 人. 选B.



6. B

【解析】设分数为  $\frac{a}{100-a}$ , 由题得到  $\frac{a+23}{132-a} = \frac{2}{3}$ , 解出  $a=39$ , 所以分母比分子大 22. 选 B.

7. D

【解析】中间数为  $8 \times 3 + 5 \times 3 - 6 \times 5 = 9$ , 选 D.

8. A

【解析】由题意可知,  $S_4, S_8 - S_4, S_{12} - S_8, S_{16} - S_{12}$  仍为等差数列. 不妨令  $S_8 = 3, S_4 = 1$ , 代入上式得到  $S_{16} = 10$ , 所以选 A.

9. B

【解析】因为  $3^a \cdot 3^b = 3$ , 所以  $a+b=1$ ,

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (a+b) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) = 2 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2 + 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 4,$$

当且仅当  $\frac{b}{a} = \frac{a}{b}$  即  $a=b=\frac{1}{2}$  时, 等号成立, 故选 B.

10. D

【解析】由题意可得  $\begin{cases} -\frac{-c}{2\left(a-\frac{b}{2}\right)} = 1, \\ a - \frac{b}{2} - c - a - \frac{b}{2} = -\frac{8}{5}b, \end{cases}$  即  $\begin{cases} b+c=2a, \\ c=\frac{3}{5}b. \end{cases}$  所以  $c = \frac{3}{5}b, a = \frac{4}{5}b$ , 因此

$a^2 + c^2 = b^2$ , 所以  $\triangle ABC$  是直角三角形, 故选 D.

11. B

【解析】连接  $BE$ ,  $BE$  为整个图形的对称轴, 于是  $\text{Rt} \triangle A'BE \cong \text{Rt} \triangle CBE$ ,  $\angle A'BE = \angle CBE$ , 所以

$$S_{\text{阴影}} = 2S_{\triangle CBE} = 2 \cdot \frac{1}{2} BC \cdot CE = 2CE = \frac{4\sqrt{3}}{3} (\text{cm}^2),$$

故  $CE = \frac{2\sqrt{3}}{3}$  cm, 从而可知在  $\text{Rt} \triangle CBE$  中,  $\angle CBE = 30^\circ$ , 因此, 旋转角  $\angle CBC' = 90^\circ - 2\angle CBE = 30^\circ$ , 所以选 B.

12. C

【解析】由题意可知  $\triangle BCH \sim \triangle BDE$ , 则  $\frac{BC}{BD} = \frac{CH}{DE}$ , 得  $CH = \frac{60}{11}$ ,  $GH = CG - CH = \frac{50}{11}$ ,

$$S_{\text{阴影}} = S_{\triangle EHG} + S_{\triangle BHG} = \frac{1}{2} HG \cdot EF + \frac{1}{2} HG \cdot BC = 50.$$

所以选 C.

13. A

【解析】圆心  $(1,1)$  恰好在直线  $l$  上, 所以弦长为直径 4, 故选 A.

14. B

【解析】第一步, 先选 3 支代表队, 有  $C_3^3$  种;

第二步, 选 1 支代表队, 让这个队的 2 人都获奖, 有  $C_3^1$  种;

第三步, 另外 2 支队每队选 1 人, 有  $C_2^1 C_2^1$  种.

所以由乘法原理: 不同获奖情况种数共有  $C_3^3 C_3^1 C_2^1 C_2^1$ , 故选 B.



15. D

【解析】能被 3 整除的共有 8 个,  $P = \frac{8}{C_5^2 \cdot 2!} = \frac{2}{5}$ , 选 D.

## 二、条件充分性判断

16. B

【解析】条件(1): 45 与 50 的最小公倍数为 450, 所以中间有  $\frac{45 \times 50}{450} - 1 = 4$  (个) 不需要移动.

条件(2): 45 与 30 的最小公倍数为 90, 所以中间有  $\frac{45 \times 50}{90} - 1 = 24$  (个) 不需要移动.

所以选 B.

17. C

【解析】解集为空集, 得到  $a^2 - a + 1 < 1$ , 所以  $0 < a < 1$ , 选 C.

18. E

【解析】两个条件显然单独不充分, 联合起来, 无法得到小于 36 的两个数, 从而不充分, 所以选 E.

19. A

【解析】 $\frac{a}{a^2 + 7a + 1}$  的分子只有一项, 倒数、拆项后发现可以化出  $a + \frac{1}{a}$ , 所以采用倒数法比

直接做要方便. 当  $a + \frac{1}{a} = 3$  时,  $\frac{a^2 + 7a + 1}{a} = a + 7 + \frac{1}{a} = 3 + 7 = 10$ . 所以  $\frac{a}{a^2 + 7a + 1} = \frac{1}{10}$ ,

故选 A.

20. D

【解析】 $(a_4 + a_5 + a_6) : (a_1 + a_2 + a_3) = q^3 = 8$ , 两个条件等价, 均充分, 所以选 D.

21. B

【解析】条件(1): 画图可知直线在  $y$  轴的截距在正半轴上, 不充分.

条件(2): 可得到直线过圆心, 直线方程为  $y = x - 1$ , 所以充分. 选 B.

22. A

【解析】直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  与圆的切点在第三象限, 所以选 A.

23. D

【解析】由条件(1)得  $x = \frac{2}{1-k}$ , 从而  $k = 0, -1, 2, 3$ . 共有 4 种情况;

由条件(2)得到  $(1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1)$  共 4 种情况. 所以选 D.

24. C

【解析】显然联合分析, 因为男生 3 人, 女生 5 人, 得到共有  $C_3^2 C_5^3 3! = 90$  (种) 方法, 选 C.

25. C

【解析】显然联合分析, 如图 2 所示, 得到  $\frac{C_4^1 \cdot 1}{C_{10}^2} = \frac{4}{45}$ , 所以选 C.

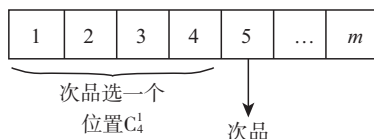


图 2





## 全真模拟检测题(三)参考答案与解析

## 一、问题求解

1. A

【解析】分子、分母同乘以  $1 - \frac{1}{2}$ ,

$$\text{原式} = \frac{2 \left[ \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) + \cdots + \left(1 - \frac{1}{2^{11}}\right) \right]}{10} = \frac{2 \left[ 11 - \left(1 - \frac{1}{2^{11}}\right) \right]}{10} = 2 + \frac{1}{10 \times 2^{10}}.$$

故选 A.

2. D

【解析】特殊值法. 令  $x=y=\sqrt{2008}$ , 得到  $3x^2 - 2y^2 + 3x - 3y - 2007 = 1$ , 选 D.

3. B

【解析】设商品价格上涨  $x$  元, 则利润  $y = (20+x)(300-10x)$ , 解得  $x=5$  时, 利润最大. 所以定价为 65 元, 选 B.

4. B

【解析】设原票价为  $a$  元.

所以甲旅行社总票价:  $2a + 0.5a = 2.5a$  (元); 乙旅行社总票价:  $3a \cdot 0.8 = 2.4a$  (元), 选 B.

5. D

【解析】设每群猴子分别为  $a$  只,  $b$  只,  $c$  只. 由题意有  $12a = 15b = 20c$ , 满足此条件的最小一组数为  $a=5, b=4, c=3$ .

得到  $a+b+c=12$ , 60 除以 12 为 5, 所以选 D.

6. A

【解析】由题意可知  $b$  表示抛物线与  $y$  轴截距, 画图可得: 当  $m, n$  同号时,  $b$  才能存在最大值.

不妨设  $m, n$  均为正, 所以  $2\sqrt{mn} \leq m+n = |m| + |n| \leq 1$ .

又  $b=mn$ , 所以  $2\sqrt{b} \leq 1$ , 得到  $b \leq \frac{1}{4}$ , 选 A.

7. E

【解析】 $m=0$  时, 等式不成立, 排除 C, D 选项;  $m=1$  时, 等式成立, 排除 A, B 选项. 选 E.

8. C

【解析】图中的纵坐标是路程, 横坐标是时间, 曲线的斜率是速度. 小强是先慢后快, 小刚是先快后慢. 二人在约 3.2 min 的时候相遇, 之前小刚领先小强, 最终小强先到达终点. 比赛中两人距离最远的时候是 2 min, 距离约是 90 m. 经过分析只能选择 C.

9. E

【解析】由题意可得:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 3a_2 = 15 \Rightarrow a_2 = 5, a_1 a_2 a_3 = 80 \Rightarrow a_1 a_3 = 16 \Rightarrow d = 3,$$

$$a_{11} + a_{12} + a_{13} = a_1 + a_2 + a_3 + 30d = 15 + 90 = 105.$$

选 E.

10. D

【解析】根据体积相等, 得  $\frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 \div \left(\frac{4}{3}\pi \cdot 1^3\right) = 125$  (个), 选 D.



11. C

【解析】由题中条件求内心坐标,在直角三角形中内心即为内切圆的圆心,由直角三角形内切圆半径公式  $R = \frac{a+b-c}{2}$  可求得  $R=1$ ,选 C.

12. A

【解析】圆心到直线距离为  $2\sqrt{2}$ ,半径为 1,所以切线最短为  $\sqrt{8-1}=\sqrt{7}$ ,所以选 A.

13. B

【解析】 $a, b$  是方程  $(x+1)^2 + 3(x+1) - 3 = 0$ ,即  $x^2 + 5x + 1 = 0$  的两个根,由于  $\Delta = 25 - 4 > 0$ ,从而  $a+b = -5, ab = 1$ ,故  $a, b$  均为负数. 因此

$$\begin{aligned} b\sqrt{\frac{b}{a}} + a\sqrt{\frac{a}{b}} &= -\frac{b}{a}\sqrt{ab} - \frac{a}{b}\sqrt{ab} = -\frac{a^2+b^2}{ab}\sqrt{ab} \\ &= -\frac{(a+b)^2 - 2ab}{\sqrt{ab}} = -23. \end{aligned}$$

选 B.

14. C

【解析】甲、乙、丙三人选课相互独立,甲有  $C_4^2$  种选修方案,乙、丙均有  $C_4^3$  种,则总的选修方案有  $C_4^2 C_4^3 C_4^3 = 96$ (种),故选 C.

15. D

【解析】满足要求的共有 3 种情况.  $P = \frac{3}{8 \times 8} = \frac{3}{64}$ ,选 D.

## 二、条件充分性判断

16. E

【解析】由条件(1)得到乙队单独做需要 8 天,代入题干,不充分;由条件(2)得到乙单独做需要 9 天,代入题干,不充分. 选 E.

17. D

【解析】将  $p$  视为自变量,设  $f(p) = p(x-1) + (x^2 - 4x + 3)$ ,则当  $0 \leq p \leq 4$  时,  $f(p) > 0$  恒成立等价于  $\begin{cases} f(0) > 0, \\ f(4) > 0, \end{cases}$  即  $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0, \\ x^2 - 1 > 0. \end{cases}$  解得  $x > 3$  或  $x < -1$ . 选 D.

18. A

【解析】由条件(1)得到  $0 < a < 1$ ,代入题干,充分;由条件(2)得到  $1 < a < 2$ ,代入题干得  $2a - 1$ ,不充分. 选 A.

19. B

【解析】由条件(1)  $a+c=2b, bc=a^2, a+3b+c=10$ ,无法得到  $a=3$ ,不充分.

由条件(2)公差  $a = \frac{S_{\text{偶数}} - S_{\text{奇数}}}{5} = 3$ ,充分. 故选 B.

20. D

【解析】条件(1):  $m=17, n=2$ ,充分.

条件(2): 设两数为  $15k_1, 15k_2$  ( $k_1, k_2$  互质),  $3m+2n=15(3k_1+2k_2)=180$ ,得到  $n=45, m=30$ ,充分. 所以选 D.

21. C

【解析】显然单独均不充分,故联合起来分析,得  $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ADC} = 1$ ,充分. 所以选 C.



22. D

**【解析】**由条件(1)配方得到,  $M = (\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}y)^2 + (x-2)^2 + (y-3)^2 \geq 0$ , 充分;  
根据非负性, 条件(2)也充分. 选 D.

23. D

**【解析】**将条件(1)代入, 设城镇人口为  $x$ , 则可以列出方程  $1.04x + 1.054(70-x) = 73.36$ ,  
解得  $x = 30$ . 同样将条件(2)代入, 可以得出城镇人口为 40 万. 选 D.

24. A

**【解析】**由条件(1)得到  $n = C_4^1 \cdot 2! \cdot 3! = 48$ , 充分;  
由条件(2)得到  $C_2^2 \cdot C_3^2 \cdot 2! \cdot C_3^1 \cdot 3! = 2n$ ,  $n = 108$ , 不充分. 所以选 A.

25. A

**【解析】**条件(1): 将 5 本不同的书全发给 4 名同学共有  $4^5$  种发法, 其中每名同学至少有一本书的发法有  $C_5^3 4!$  种, 故每名同学至少有一本书的概率是  $p = \frac{C_5^3 \cdot 4!}{4^5} = \frac{15}{64}$ , 充分.

条件(2): 采用隔板法,  $p = \frac{C_5^3}{C_9^3} \neq \frac{15}{64}$ . 所以选 A.

## 全真模拟检测题(四)参考答案与解析

### 一、问题求解

1. A

**【解析】**分子、分母分别化简, 有

$$\text{原式} = \frac{\frac{1+2\ 008}{2} \times 2\ 008}{\frac{1\ 004}{1\ 005} \times \frac{1\ 005}{1\ 006} \times \frac{1\ 006}{1\ 007} \times \dots \times \frac{2\ 008}{2\ 009}} = 2\ 009^2,$$

故选 A.

2. D

**【解析】**第一个数为  $a^2 + b$ , 第二个数为  $a^2 + 2b$ , 第三个数为  $-3b$ , 第四个数为  $a^2 + 3b$ .  
所以, 四个数的和为  $3a^2 + 3b = -6$ , 选 D.

3. E

**【解析】**假设 12 个零件都合格, 应该得到 120 元, 实际得了 90 元, 说明少了 30 元, 可知做了  
 $\frac{30}{15} = 2$  (个) 不合格零件. 选 E.

4. A

**【解析】**当甲回头爬  $\frac{1}{4}$  树高时, 乙爬了  $\frac{3}{4}$  树高, 就可以得出甲从 12 尺处爬到树顶的距离等于  
 $\frac{1}{2}$  树高, 也就是 12 尺, 从而得出树高为 24 尺, 所以选 A.

5. B

**【解析】**飞机票价格为  $\frac{120}{10 \times 1.5\%} = 800$  (元), 所以选 B.



6. D

【解析】 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{a^2+2}{a} = a + \frac{2}{a} \geq 2\sqrt{2}$ , 所以选 D.

7. D

【解析】自然数若被  $a$  除余数是  $a-1$ , 则这个数字就是几个  $a$  的公倍数减 1. 易求得 10, 9, 8 的公倍数为  $360k = n+1$  ( $k$  为自然数), 因为  $100 < n < 1\ 000$ , 所以  $k=1, 2$ , 即  $n_1=359, n_2=719$ , 选 D.

8. D

【解析】 $S_{\triangle APB} = \frac{1}{2} AB \cdot \left| \frac{4c-b^2}{4} \right| = \frac{1}{2} \sqrt{b^2-4c} \cdot \frac{b^2-4c}{4} = 1 \Rightarrow b^2-4c=4$ , 选 D.

9. C

【解析】 $\frac{2x-a}{3} > \frac{a}{2} - 1 \Rightarrow x > \frac{5a-6}{4}$ ;  $\frac{x}{a} < 5 \Rightarrow x < 5a$ . 令  $\frac{5a-6}{4} = 5a$ , 得到  $a = -\frac{2}{5}$ , 选 C.

10. B

【解析】设正方体边长为  $a$ , 则球半径为  $\frac{a}{2}$ , 故  $S_{\text{球}} : S_{\text{正}} = 4\pi \cdot \frac{a^2}{4} : 6a^2 = \pi : 6$ , 选 B.

11. A

【解析】曲线化为  $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 18$ , 其圆心到直线  $x+y-2=0$  的距离为

$$d = \frac{|6+6-2|}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2}.$$

所求的最小圆的圆心在直线  $y=x$  上, 其到直线的距离为  $\sqrt{2}$ , 即半径为  $\sqrt{2}$ , 圆心坐标为  $(2, 2)$ . 标准方程为  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 2$ . 选 A.

12. C

【解析】本题考查分类与分步原理及组合公式的运用, 可先求出两人各选修 2 门课程的种数  $C_3^2 C_4^2 = 36$ , 再求出两人所选 2 门课程都相同和都不同的种数均为  $C_4^2 = 6$ , 故恰好有 1 门课程相同的选法有 24 种, 选 C.

13. B

【解析】首项为 1, 公比为  $a - \frac{3}{2}$  的无穷等比数列各项和为  $S = \frac{1}{1 - (a - \frac{3}{2})} = \frac{1}{\frac{5}{2} - a} = a$ , 则

$a=2$ , 选 B.

14. C

【解析】按照 A, B, C 中选一门或一门都不选分类:  $C_3^1 C_6^0 + C_3^0 C_6^1 = 75$ , 选 C.

15. D

【解析】取到红球, 且一奇一偶的取法有  $C_3^1 C_3^1$ , 2 个都是偶数编号取法有  $C_3^2$ , 则

$$p = \frac{C_3^1 C_3^1 + C_3^2}{C_{12}^2} = \frac{2}{11}, \text{选 D.}$$

【另解】从中任取 2 个球共有  $C_{12}^2 = 66$  (种) 取法, 其中取到的都是红球, 且至少有 1 个球的号码是偶数的取法有  $C_6^2 - C_3^2 = 12$  (种) 取法, 概率为  $\frac{12}{66} = \frac{2}{11}$ , 选 D.

## 二、条件充分性判断

16. D

【解析】条件(1): 设船在静水中的速度为  $x$  km/h, 由题意有  $\frac{60}{x+5} + \frac{40}{x-5} = \frac{30}{x+5} + \frac{60}{x-5}$ , 解



得  $x=25$ . 故船顺水行驶速度  $30 \text{ km/h}$ , 逆水行驶速度  $20 \text{ km/h}$ , 则由  $A$  到  $B$  的时间是  $\frac{60}{30} + \frac{40}{20} = 4(\text{h})$ , 由  $B$  到  $A$  的时间是  $\frac{30}{30} + \frac{60}{20} = 4(\text{h})$ . 同理, 条件(2)也充分. 选 D.

17. A

**【解析】**条件(1): 曲线  $y=x^2-2x+3$  顶点是  $(1, 2)$ , 则  $b=1, c=2$ . 由  $a, b, c, d$  成等比数列知,  $ad=bc=1 \times 2=2$ , 故充分. 条件(2): 出现欠定方程, 无法确定具体值, 不充分. 选 A.

18. D

**【解析】**由条件(1)得, 方程有三个整数解, 充分; 同理条件(2)也充分. 选 D.

19. E

**【解析】**显然单独均不充分, 考虑联合, 设销售量为  $x$ , 销售价格为  $a$ , 进货量为  $y$ , 进货价格为  $b$ ,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{k}{a}, \\ a=tb, \end{cases} \text{结合条件(1)(2)可知, } k=64, t=\frac{8}{5}. \text{ 当 } b=6 \text{ 时, } a=\frac{48}{5}, \frac{x}{y}=\frac{2}{3} \neq 70\%, \text{ 所以选 E.}$$

20. C

**【解析】**由于方程  $x^2-2(m-1)x+m^2=7$  的两实根不是无限不循环小数, 所以方程的两个实根都是有理根, 因此判别式是完全平方数. 根据  $\Delta=4(m-1)^2-4(m^2-7)=4(8-2m)$ , 两个条件联合起来, 得到  $m=4$ , 充分, 选 C.

21. B

**【解析】**条件(1):  $\Delta=(R+r)^2-d^2>0 \Rightarrow R+r>d$ , 但两圆有可能没有交点, 不充分.

条件(2): 两圆的圆心分别为  $(-1, -1)$  和  $(2, 1)$ , 半径均为  $2$ , 所以两圆相交, 选 B.

22. D

**【解析】**由  $OD=16$  以及  $\frac{1}{2}BO \cdot AO=54$ , 结合  $AO^2=BO \cdot OD$ , 求出  $OB=9, AO=12$ .

长方形面积  $=AO \cdot BD=300$ , 条件(1)充分;

由  $OB=9$  以及  $\frac{1}{2}BO \cdot AO=54$ , 结合  $AO^2=BO \cdot OD$ , 求出  $AO=12, OD=16$ , 根据  $OB=9, AO=12$ , 知长方形面积  $=AO \cdot BD=300$ , 条件(2)充分. 选 D.

23. C

**【解析】**显然一个条件不能解出, 需要两个联立. 利用条件(1)和条件(2), 得出  $m^3=mn+2m$ ,  $n^3=mn+2n$ , 因此  $m^3-2mn+n^3=2(m+n)$ ,  $m^2-n^2=n-m$ , 所以

$$m+n=-1, m^3-2mn+n^3=-2,$$

选 C.

24. E

**【解析】**显然两个条件需要联合. 联合得到  $P_{m+n}^2 - P_m^2 = P_{14}^2 - P_{12}^2 = 50$ , 不充分, 选 E.

25. A

**【解析】**条件(1),  $p=1-\frac{1}{C_5^2}=0.9$ , 充分; 条件(2),  $p=1-\frac{C_5^3}{C_8^3} \neq 0.9$ , 不充分. 选 A.

## 全真模拟检测题(五) 参考答案与解析

### 一、问题求解

1. A

**【解析】**根据题目验证选项: 利用选项是否满足  $a+b+c=14, abc=64, bc=a$  来进行验证, 故



选 A.

2. C

【解析】由  $\frac{3}{4} : \frac{14}{15} : \frac{5}{8} = 90 : 112 : 75$ , 得奖金总数  $= 900 + 1\ 120 + 750 = 2\ 770$ (元). 选 C.

3. A

【解析】由题意可得,  $\frac{b+1}{9a+2} = \frac{1}{b}$ , 得  $9a+2 = b(b+1)$ ,  $b(b+1)$  为偶数, 推知  $a$  为偶数, 选 A.

4. B

【解析】圆柱的侧面积

$$S = 2\pi r \cdot l = 4\pi \Rightarrow r \cdot l = 2.$$

对角线长为  $\sqrt{l^2 + 4r^2} = \sqrt{l^2 + \frac{16}{l^2}}$ . 当且仅当  $l = \frac{4}{l}$  时, 可求得最小值. 因此有  $l = 2, r = 1$ , 选 B.

5. E

【解析】设路程为  $S$ , 由题意可知  $\frac{S}{30} + \frac{S}{60} = 4.5$ , 解得  $S = 90$ , 选 E.

6. C

【解析】根据常数项, 令  $x = 0$ , 观察选项, 选 C.

7. B

【解析】根据  $C \neq 0$ , 且  $\overline{ABC}$  能被 4 整除, 选 B.

8. D

【解析】根据题意, 最多有 4 个孩子为 10 岁, 其余孩子最大为 9 岁, 根据所有年龄和为 202 岁, 得到 9 岁的孩子为 18 个. 共有  $18 + 4 = 22$ (个) 孩子, 选 D.

9. A

【解析】用特殊值法排除,  $x = 1$  和  $x = 2$  时均不满足题干, 选 A.

【另解】由题意可知  $x, \log_2 x$  异号, 即  $x \log_2 x < 0$ . 为保证  $\log_2 x$  有意义, 有  $x > 0$ , 所以  $\log_2 x < 0$ , 得  $0 < x < 1$ , 选 A.

10. B

【解析】根据题意: 不妨令  $d = 1$ , 得到  $a_1 = 9, a_k^2 = a_1 a_{2k}$ . 因此  $(k+8)^2 = 9(2k+8)$ , 得到  $k = 4$ , 选 B.

11. B

【解析】 $(1 + \sqrt{2})^4 = (3 + 2\sqrt{2})^2 = 17 + 12\sqrt{2} = a + b\sqrt{2}$ , 选 B.

12. E

【解析】根据三角形相似, 得到  $S_{\triangle BEC} = 9$ , 所以绿色面积为  $9 + 6 - 4 = 11$ , 选 E.

13. B

【解析】 $a \approx 1.41 - 1 = 0.41, b \approx 2.82 - 2.44 = 0.38, c \approx 2.44 - 2 = 0.44$ , 选 B.

14. B

【解析】先对 1~40 这 40 个数按除以 4 的余数进行分类, 再讨论每组数和是否为 4 的倍数,

$$C_{10}^1 C_{10}^1 + 2C_{10}^2 = 190,$$

选 B.

15. C

【解析】满足要求: 一个奇数, 三个偶数或者三个奇数, 一个偶数.



$$P = \frac{2C_5^1 C_5^3}{C_{10}^4} = \frac{10}{21},$$

选 C.

## 二、条件充分性判断

16. C

**【解析】**显然联合分析, 根据浓度, 采用交叉法,  $\begin{matrix} \text{乙 } 20\% \setminus \\ \text{甲 } 40\% \setminus \end{matrix} \begin{matrix} x \\ x \end{matrix} \begin{matrix} < 40\% - x \\ < x - 20\% \end{matrix} \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$ , 解得  $x = 28\%$ . 故充分, 所以选 C.

17. A

**【解析】**由  $|1 - |1 + x|| = a$ , 可得  $|1 + x| = 1 \pm a$ , 条件(1)充分. 选 A.

18. B

**【解析】**条件(2):  $S_1 + 3S_3 = 4S_2 \Rightarrow a_1 + 3(a_1 + a_2 + a_3) = 4(a_1 + a_2) \Rightarrow 3a_3 = a_2 \Rightarrow q = \frac{1}{3}$ , 选 B.

19. B

**【解析】**条件(1)是“或者”关系, 所以不充分.

由条件(2)得到:  $x^2 + \frac{9}{x^2} = 5\left(x + \frac{3}{x}\right) \Rightarrow \left(x + \frac{3}{x}\right)^2 - 5\left(x + \frac{3}{x}\right) - 6 = 0 \Rightarrow x + \frac{3}{x} = -1$  (舍),

或  $x + \frac{3}{x} = 6$ . 因此  $x^2 - 6x + 3 = 0$ , 由韦达定理得到  $m \cdot n = 3$ , 条件(2)充分. 故选 B.

20. D

**【解析】**记  $f(x) = x^2 - 2x - a^2 - a$ , 由  $f(2) = 4 - 4 - a^2 - a < 0$ , 可得  $a < -1$  或  $a > 0$ , 所以选 D.

21. D

**【解析】**条件(1): 最小的质数为 2, 所以  $2^6 < 100$ , 得到  $k$  为 6, 充分.

条件(2):  $S_n = n^2 - 9n$  得到  $a_n = 2n - 10$ , 则  $1 < 2k - 10 < 3 \Rightarrow 11 < 2k < 13, k = 6$ , 充分. 选 D.

22. E

**【解析】** $\frac{x+8}{x^2+2x-3} < 2 \Rightarrow \frac{(2x+7)(x-2)}{(x+3)(x-1)} > 0$ , 选 E.

23. D

**【解析】**如图 3 所示,  $S_{\text{阴影}} = 5 \times 10 + \frac{\pi}{4} \times 25 - \frac{5}{2} \times 15 = 25\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right) (\text{cm}^2)$ .

由于两个条件等价, 所以只考虑一个条件即可. 选 D.

24. D

**【解析】**由条件(1)得到  $C_5^2 \cdot C_3^1 \cdot 3! = 180$ , 充分; 由条件(2)得到  $C_6^2 \cdot C_2^1 \cdot 3! = 180$ , 充分. 选 D.

25. B

**【解析】**从反面考虑:  $1 - (1-p)^3 = 0.271, p = 0.1$ , 条件(2)充分. 所以选 B.

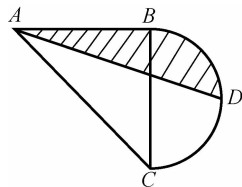


图 3



## 全真模拟检测题(六)参考答案与解析

## 一、问题求解

1. B

【解析】设甲初中男生  $32a$  人,女生  $31a$  人,  $a \neq 0$ ; 乙初中男生  $5b$  人,女生  $4b$  人,  $b \neq 0$ .

因为  $(32a+5b) : (31a+4b) = 89 : 82$ ,

因此  $a : b = 2 : 5$ ,

可知甲、乙初中学生总数比为  $63a : 9b = 7a : b = 14 : 5$ . 故选 B.

2. B

【解析】根据数字  $12.5\% = \frac{1}{8}$ , 可知答案应该被 8 整除, 所以选 B.

【另解】设仓库原有  $x$  t 化肥, 则  $12.5\%x + 21 + \frac{1}{6}x - 4 + 102 = x$ , 解得  $x = 168$ , 选 B.

3. C

【解析】首先得到  $b = 8a > 0$ , 所以  $ax + b < 0$ , 故  $x < -8$ , 选 C.

4. C

【解析】由于  $160 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = 20 \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$ , 所以甲追上乙三次, 比乙多行驶三圈. 选 C.

5. A

【解析】设  $a^5 = b^4 = m^{20}$ ,  $c^3 = d^2 = n^6$ , 这样  $a, b$  可用  $m$  表示,  $c, d$  可用  $n$  表示, 减少字母的个数, 降低问题的难度.

由  $a^5 = b^4 = m^{20}$ ,  $c^3 = d^2 = n^6$ , 则  $a - c = m^4 - n^2 = 17$ , 由题意可知  $m, n$  都是自然数, 故有

$$(m^2 + n)(m^2 - n) = 1 \times 17, \text{ 且 } m^2 + n \geq m^2 - n, \text{ 故有 } \begin{cases} m^2 + n = 17, \\ m^2 - n = 1. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} m = 3, \\ n = 8. \end{cases}$$

因此  $b = m^5 = 243$ ,  $d = n^3 = 512$ , 所以  $d - b = 269$ . 选 A.

6. B

【解析】由于  $a, x$  都是整数, 根据本题结构可以将方程变形,  $x$  用  $a$  表示, 再根据整除性可知,  $a$  必是 4 的一个约数, 从而可求出  $a$  的值的个数.

$$x = \frac{2a^3 - 3a^2 - 5a + 4}{a} = 2a^2 - 3a - 5 + \frac{4}{a},$$

由于  $2a^2, -3a, -5$  都是整数, 只要  $\frac{4}{a}$  是整数,  $x$  就必为整数了, 因此  $a = \pm 1, \pm 2, \pm 4$ , 所以  $a$  的值共有 6 个. 选 B.

7. A

【解析】抓住两个等式的特点, 将两个等式化为一个方程, 再将所求值的代数式化成两根和或两根积的形式, 然后利用根与系数的关系求解.

由  $9b^2 + 2015b + 5 = 0$  (显然  $b \neq 0$ ) 得  $5 \frac{1}{b^2} + 2015 \frac{1}{b} + 9 = 0$ .

故  $a$  与  $\frac{1}{b}$  都是方程  $5x^2 + 2015x + 9 = 0$  的根, 但  $a \neq \frac{1}{b}$ , 由  $\Delta > 0$ , 得  $a$  与  $\frac{1}{b}$  是此方程的互异实

根, 从而  $a \cdot \frac{1}{b} = \frac{9}{5}$ , 选 A.



8. A

【解析】人数被 5 除余 3, 被 9 除余 8, 被 7 除余 6, 将选项的数字代入题干验证, 选 A.

9. A

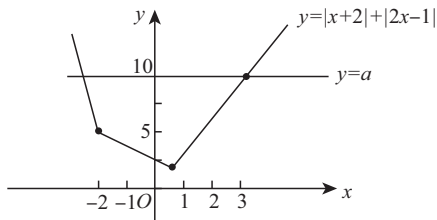
【解析】用排除法, 并结合画图, 如图 4 所示, 当  $a \geq 10$  时, 交集为空集, 当  $a < 10$  时, 交集不是空集, 选 A.

图 4

10. C

【解析】由题得长方体的外接球半径

$$r = \frac{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

球的表面积  $S = 4\pi \cdot \frac{50}{4} = 50\pi$ , 选 C.

11. D

【解析】因为题目中的两个二次三项式有一次公因式, 所以方程  $x^2 + 2ax + b^2 = 0$  与  $x^2 + 2cx - b^2 = 0$  必有公共根, 设公共根为  $x_0$ , 则

$$x_0^2 + 2ax_0 + b^2 = 0, \quad \text{①}$$

$$x_0^2 + 2cx_0 - b^2 = 0, \quad \text{②}$$

式①+式②得  $2x_0^2 + 2(a+c)x_0 = 0$ , 整理得  $x_0[x_0 + (a+c)] = 0$ .若  $x_0 = 0$ , 代入式  $x_0^2 + 2ax_0 + b^2 = 0$ , 得  $b = 0$ , 这与  $b$  为  $\triangle ABC$  的边长不符, 所以公共根  $x_0 = -(a+c)$ . 把  $x_0 = -(a+c)$  代入式  $x_0^2 + 2ax_0 + b^2 = 0$ , 得  $(a+c)^2 - 2a(a+c) + b^2 = 0$ , 整理得  $a^2 = b^2 + c^2$ , 所以  $\triangle ABC$  为直角三角形, 选 D.

12. D

【解析】停留时间至多是 4 分钟, 可分为没有遇到红灯、只遇到一个红灯、遇到两个红灯.

没有遇到红灯的概率为  $P_0 = \left(1 - \frac{1}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$ ;只遇到一个红灯的概率为  $P_1 = C_4^1 \left(\frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right)^3 = \frac{32}{81}$ ;遇到两个红灯的概率为  $P_2 = C_4^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{24}{81}$ .所以等待时间不超过 4 分钟的概率为  $P_0 + P_1 + P_2 = \frac{8}{9}$ , 选 D.

13. C

【解析】画图, 做  $A(3, 3)$  关于  $y$  轴的对称点  $A'(-3, 3)$ ,  $A'B$  的长度为 5, 选 C.

14. B

【解析】A 项,  $p = \frac{C_3^1 C_7^3}{C_{10}^4} = \frac{1}{2}$ ; B 项,  $p = \frac{C_3^3 C_7^2}{C_{10}^5} = 0.3$ ; C 项,  $p = 0$ ; D 项,  $p = 1 - \frac{C_3^3 C_7^4}{C_{10}^7} = \frac{29}{30}$ , 故选 B.

15. A

【解析】从反面考虑: 由  $1 - (1-p)^4 = \frac{65}{81}$ , 可解得  $p = \frac{1}{3}$ , 选 A.

## 二、条件充分性判断

16. A

【解析】电线长度减去 40% 之后剩余长度为 36 m. 而电线最终的长度为 75 m, 所以电线长度增加了 39 m, 选 A.



17. B

【解析】由条件(1),反例  $a=1, b=6$ , 不充分; 由条件(2), 得  $a^2+b^2=13$ , 由于  $a, b$  为自然数, 所以推出  $a=2, b=3$  或  $a=3, b=2$ , 充分. 选 B.

18. A

【解析】由条件(1)可知为内切球, 则  $r=\frac{1}{2}a$ .  $S_{\text{球}}=4\pi\times\left(\frac{1}{2}a\right)^2=4\times\frac{1}{4}a^2\pi=a^2\pi, S_{\text{方}}=6a^2$ .

从而  $\frac{S_{\text{球}}}{S_{\text{方}}}=\frac{a^2\pi}{6a^2}=\frac{\pi}{6}$ , 充分; 由条件(2)可知为外接球, 则  $R=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+a^2+a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a, S_{\text{球}}=4\pi\times$

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2=3a^2\pi, S_{\text{方}}=6a^2$ . 从而  $\frac{S_{\text{球}}}{S_{\text{方}}}=\frac{3a^2\pi}{6a^2}=\frac{\pi}{2}$ , 不充分, 选 A.

19. E

【解析】选一个特殊值 6, 则式子变为  $|6-2|-|6-7|=4-1=3$ , 所以条件均不成立, 选 E.

20. A

【解析】将  $x=-2$  代入条件的余式中, 验证数值是否为 1, 选 A.

21. C

【解析】由条件(1)得到  $a$  为 1 或 -4, 不充分; 由条件(2) 得到圆心到直线距离为  $\frac{1}{2}$ , 故解得

$a=1$  或  $\frac{8}{3}$ , 选 C.

22. D

【解析】由条件(1),  $(x_0, y_0)$  在圆  $C: x^2+y^2=1$  的外部, 故  $x_0^2+y_0^2>1$ , 圆心到直线距离小于 1, 所以直线  $x_0x+y_0y=1$  和圆有 2 个交点.

(注意: 直线  $x_0x+y_0y=1$  不经过点  $(x_0, y_0)$ , 可以用圆心到直线的距离大于半径思考)

由条件(2), 圆的圆心在直线上, 所以有交点. 选 D.

23. D

【解析】由条件(1), 根据非负性得到,  $a=2, b=5$ , 周长为 12; 由条件(2), 直角三角形的内切

圆半径公式  $r=\frac{a+b-c}{2}$ . 解得三边边长为 3, 4, 5, 周长为 12. 所以选 D.

24. A

【解析】由条件(1)得到  $C_3^3 C_3^3 2!4!=432$ , 充分; 由条件(2)得到  $4!C_4^2 2!=288$ , 不充分. 选 A.

25. D

【解析】两条件等价, 从反面考虑:  $1-\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{3}{5}$ . 选 D.

## 全真模拟检测题(七)参考答案与解析

### 一、问题求解

1. A

【解析】令  $S=1+\frac{3}{2}+\frac{5}{2^2}+\dots+\frac{21}{2^{10}}$ , 两边乘以  $\frac{1}{2}$ , 得  $\frac{1}{2}S=\frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\dots+\frac{19}{2^{10}}+\frac{21}{2^{11}}$ ,

相减:  $\frac{1}{2}S=1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\dots+\frac{1}{2^9}-\frac{21}{2^{11}}$ , 所以  $S=6-\frac{25}{2^{10}}$ , 选 A.



2. E

【解析】 $a, b$  可以看作是方程  $x^2 - 3x + 1 = 0$  的两根, 并且两根互为倒数, 所以

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{a^2} + a^2 = \left(\frac{1}{a} + a\right)^2 - 2 = 9 - 2 = 7.$$

选 E.

3. C

【解析】由于  $1+2+3+\cdots+7=28$ (集), 而集数互不相同, 剩余两集不能单独播一天, 因此每天按照 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 或 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9 集来播. 所以最多可以播 7 天. 选 C.

4. E

【解析】当甲跑 1 500 m 时, 乙跑 1 200 m, 由于一圈 400 m, 所以乙回到 A 点, 选 E.

5. D

【解析】设容积  $L$ .

$$\left(L - 10 - \frac{L-10}{L} \cdot 6\right) : \left[10 - \left(1 - \frac{L-10}{L}\right) \cdot 6 + 6\right] = 3 : 1,$$

解得  $L_1 = 4$ (舍),  $L_2 = 60$ , 选 D.

6. B

【解析】只有①正确, 此点为对角线的交点, 选 B.

7. A

【解析】方程  $x^2 + 2px - (q^2 - 2) = 0$  的判别式  $\Delta = 4p^2 + 4(q^2 - 2) < 0$ , 因此  $p^2 + q^2 < 2$ , 由

$$\frac{(p+q)^2}{2} \leq p^2 + q^2 < 2, \text{ 可得 } (p+q)^2 < 4, \text{ 所以选 A.}$$

8. A

【解析】当  $k=0$  时, 方程无解, 满足没有负数解, 所以  $k$  的取值范围中应该包括 0, 选 A.

9. D

【解析】根据  $S_n$  的特点, 得到对称轴的位置在 9 和 9.5 之间, 所以  $n=9$  时最大, 选 D.

10. B

【解析】由题意得: 最高价格出现 4 个 10%, 即

$$(1-10\%)(1-10\%)(1-10\%)(1-10\%).$$

最低价格出现 4 个 20%, 即  $(1-20\%)(1-20\%)(1-20\%)(1-20\%)$ , 两者之比选 B.

11. B

【解析】用勾股定理求解.

$$AD^2 = AC^2 + \frac{BC^2}{4}, BE^2 = \frac{AC^2}{4} + BC^2, \text{ 而 } AB^2 = AC^2 + BC^2, \text{ 所以选 B.}$$

12. A

【解析】当过  $P, Q$  的两条直线的斜率为 0 时,  $d=5$ ; 当这两直线与  $x$  轴垂直时,  $d=3$ .设  $l_1: y+2=k(x+2), l_2: y-3=k(x-1)$ . 则由平行线间的距离公式得  $d = \frac{|3k-5|}{\sqrt{k^2+1}}$ , 即

$$(d^2-9)k^2+30k+(d^2-25)=0, \text{ 则 } \Delta=900-4(d^2-9) \cdot (d^2-25) \geq 0, \text{ 即 } 0 < d \leq \sqrt{34}, \text{ 选 A.}$$

13. C

【解析】设圆  $O_1$  与  $O_2$  的半径分别为  $r, R, \angle FEB = x$ , 如图 5 所示,

$$AB // GE \Rightarrow \angle GEH = \angle ABH = x.$$



$$\begin{cases} CF \perp GE \\ CB \perp EH \end{cases} \Rightarrow \angle GEH + \angle FCB = 180^\circ \\ \Rightarrow \angle FCB = 180^\circ - x.$$

由圆心角等于 2 倍弦切角

$$\angle ABH = \frac{1}{2} \angle ACB \Rightarrow \angle ACB = 2x.$$

由对称性  $\angle ACB = \angle ACF$ .

所以由  $\angle FCB + \angle ACB + \angle ACF = 360^\circ$  得:  $180^\circ - x + 4x = 360^\circ$ , 解出  $x = 60^\circ$ .

所以  $\angle ACF = 120^\circ$ ,  $\angle ICD = 30^\circ$ . 因此  $2(R-r) =$

$$r+R, \text{ 解出 } \frac{r}{R} = \frac{1}{3}, \text{ 选 C.}$$

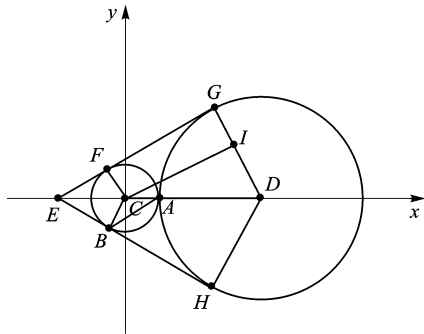


图 5

14. B

**【解析】**从反面求解:所有的偶数个数为  $C_2^4 4!$ , 大于 50 000 的偶数个数为  $C_2^3 3!$ , 答案为  $C_2^4 4! - C_2^3 3! = 36$ , 选 B.

15. C

**【解析】**4 个不对号入座的情况数为 9, 所以概率  $p = \frac{9}{4!} = \frac{3}{8}$ , 选 C.

## 二、条件充分性判断

16. E

**【解析】**显然联合分析, 代入题干验证: 设汽车速度为  $v$ , 有  $\frac{4v+536}{340} + \frac{536}{340} = 4$ , 得  $v = 72$  (m/s), 所以选 E.

17. B

**【解析】**由题意可知,  $(x+2)(x^2+ax+b)$  的二次项系数  $a+2=0$ , 得  $a=-2$ , 一次项系数  $2a+b=0$ , 得  $b=4$ , 所以选 B.

18. C

**【解析】**解集为全体实数, 所以

$$\begin{cases} \text{开口方向: } a < 2, \\ \text{判别式: } \Delta = 4(a-2)^2 + 16(a-2) < 0 \end{cases} \Rightarrow -2 < a < 2.$$

注意不要忘记讨论  $a=2$  的情况, 当  $a=2$  时, 也满足解集为任意实数, 所以选 C.

19. B

**【解析】**由条件(1)取反例:  $a=b$ , 此时方程必有实根, 不充分.

由条件(2)得到:  $a=97 \times 10, b=11 \times 99$ , 充分. 所以选 B.

20. D

**【解析】**由条件(1),  $S_{20} = 10(a_1 + a_{20}) = 10(a_6 + a_{15}) = 200$ , 充分;

由条件(2),  $S_4, S_8 - S_4, S_{12} - S_8, S_{16} - S_{12}, S_{20} - S_{16}$  也成等差数列, 则

$$\begin{aligned} S_{20} &= S_4 + (S_8 - S_4) + (S_{12} - S_8) + (S_{16} - S_{12}) + (S_{20} - S_{16}) \\ &= 5(S_{12} - S_8) = 5 \times 40 = 200. \end{aligned}$$

或者: 令  $S_n = an^2 + bn$ , 则



$$\begin{cases} S_8 = 64a + 8b = 32, \\ S_{12} = 144a + 12b = 72 \end{cases} \Rightarrow S_{20} = 400a + 20b = 5(80a + 4b) = 5(S_{12} - S_8) = 200, \text{充分.}$$

选 D.

21. D

**【解析】**由条件(1),得到圆心 $(-\frac{1}{2}, 3)$ 在直线上,说明  $PQ$  为直径,直径对的圆周角为 $\frac{\pi}{2}$ ,

所以原点 $(0, 0)$ 在圆上,得到  $m=3$ ,充分;

由条件(2),得到  $AB$  的长度恰好为 $\sqrt{5}$ ,所以相当于半径分别为 $\sqrt{2}, \sqrt{5}-\sqrt{2}$ 的两圆外切,公切线有 3 条,所以满足条件的直线有 3 条,充分. 所以选 D.

22. A

**【解析】**由条件(1), $\frac{y}{x+2}$ 的几何意义:圆上及其内部的动点 $(x, y)$ 与定点 $(-2, 0)$ 构成直线

的斜率,画出图像,可以看出相切的时候取到最大值,此时斜率 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,充分. 同理可知,条件

(2)不充分. 所以选 A.

23. D

**【解析】**由题干得到正方形的边长为 24 cm,条件(1),由 $\triangle BMO \sim \triangle DCO$ 得到  $O$  点为  $BD$  的三等分点,故面积为 $\frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48(\text{cm}^2)$ . 同理条件(2)也充分.

24. B

**【解析】**条件(1):一类是甲、乙两人只去一个的选法有: $C_2^2 C_7^2 = 42$ ,另一类是甲、乙都去的选法有 $C_2^2 C_7^1 = 7$ ,所以共有 $42+7=49$ .

条件(2):四名学生中有两名学生分在一个班的种数是 $C_4^2$ ,顺序有 $3!$ 种,而甲、乙被分在同一个班的有 $3!$ 种,所以种数是 $C_4^2 \cdot 3! - 3! = 30$ . 选 B.

25. D

**【解析】**由条件(1),将两次连中捆绑,然后采用插空法,得到概率 $p = C_3^2 \cdot 2! \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{3}{16}$ ,充分;

由条件(2),同样思路,得到概率 $p = C_4^2 \cdot 2! \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{3}{16}$ ,充分. 所以选 D.

## 全真模拟检测题(八)参考答案与解析

### 一、问题求解

1. A

**【解析】**原式 $=c^2=9$ ,选 A.

2. D

**【解析】**由题得到: $a$ 和 $b$ 含有因数 2, $b$ 和 $c$ 含有因数 4, $a$ 和 $c$ 含有因数 6,所以 $a$ 含有因数 6, $b$ 含有因数 4, $c$ 含有因数 12,又由于最小公倍数为 84,数字 7 还需要安排给 $a, b, c$ ,要保证和最小,7 安排给 $b$ . 因此这三个数的和为 $6+28+12=46$ ,选 D.



3. A

【解析】由于体积匀速增加,球内高度变化为先慢再快,故选 A.

4. B

【解析】设上涨率为  $x$ , 所以  $(1+x)(1-20\%)=94.4\%$ , 根据尾数特点, 选 B.

5. A

【解析】本题从效率角度来分析.

$$\begin{cases} \text{甲} + \text{乙} = \frac{1}{8}, \\ \text{乙} + \text{丙} = \frac{1}{6}, \Rightarrow \text{甲} + \text{丁} = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} - \frac{1}{6} = \frac{1}{24} \Rightarrow \text{甲和丁合作用} 24 \text{天. 选 A.} \\ \text{丙} + \text{丁} = \frac{1}{12} \end{cases}$$

6. D

【解析】设要倒入  $x$  g 水. 则有  $\frac{24}{300+x} = \frac{15}{120+x}$ , 解得  $x=180$ , 选 D.

7. C

【解析】根据定义域排除: 分母、根号、乘积、绝对值, 故选 C.

8. A

【解析】由题意可知, 两年前: 母亲的年龄为 6 的倍数, 可以设定为 24 岁, 儿子为 4 岁.

今年: 儿子 6 岁, 父亲为 30 岁, 母亲为 26 岁. 父亲与母亲的年龄差为 4 岁, 满足题给条件, 故假定正确. 因此 3 年后, 年龄和  $6+30+26+9=71$ (岁), 选 A.

9. D

【解析】令  $t=2x^2-5x+1$ , 得  $t+\frac{8}{t}-6=0$ , 即  $t^2-6t+8=0$ , 得  $t=2$  或 4, 只有当  $t=4$  时, 才有整数解  $x=3$ .

【另解】首先排除 A(非整数), 然后排除 B, C(前两项为很大的正数), 带入验证(整除), 选 D.

10. E

【解析】将原不等式移项,  $\frac{2x^2-x+6}{x^2-5x+6} \geq 0$ , 由于分子恒为正, 所以只需分母大于零即可, 选 E.

11. B

【解析】由图形可得: 矩形  $AO_1O_2B$  的面积相当于两个  $\frac{1}{4}$  圆的面积.

$$1 \cdot O_1O_2 = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \Rightarrow O_1O_2 = \frac{\pi}{2}.$$

12. A

【解析】原方程变为  $x^2-(m+2)x+2m=p^2-(m+2)p+2m$ , 所以  $x^2-p^2-(m+2)x+(m+2)p=0$ , 即  $(x-p)(x+p-m-2)=0$ , 根为  $x_1=p$ ,  $x_2=m+2-p$ . 直角三角形的面积为

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x_1x_2 &= \frac{1}{2}p(m+2-p) = -\frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}(m+2)p \\ &= -\frac{1}{2}\left[p^2 - (m+2)p + \left(\frac{m+2}{2}\right)^2 - \frac{(m+2)^2}{4}\right] \\ &= -\frac{1}{2}\left(p - \frac{m+2}{2}\right)^2 + \frac{(m+2)^2}{8}, \end{aligned}$$



即当  $p = \frac{m+2}{2}$  且  $m > -2$  时, 以  $x_1, x_2$  为两直角边长的直角三角形的面积最大, 最大面积为  $\frac{(m+2)^2}{8}$  或  $\frac{1}{2}p^2$ . 选 A.

13. C

**【解析】**由于原直线经过点  $(-1, 3)$ , 所以对称的直线经过  $(3, -1)$ , 选 C.

14. A

**【解析】** $C_6^3 \cdot 3! + C_6^2 \cdot C_6^2 \cdot 2! = 210$ , 选 A.

15. B

**【解析】**6 个人随意离开的情况数为  $9^6$ , 6 个人在不同层离开的情况数为  $C_9^6 6!$ , 故概率  $p = \frac{C_9^6 6!}{9^6}$ , 选 B.

## 二、条件充分性判断

16. D

**【解析】**根据题干得到  $\frac{h}{t} = \frac{t}{6}$ , 所以两条件单独充分, 选 D.

17. B

**【解析】**根据绝对值图像分析. 条件(1)得到最大值为 6, 不充分; 条件(2)得到最大值为 4, 充分. 选 B.

18. A

**【解析】** $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2(m+1)}{m^2} = 2$ , 得到  $m = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{5})$ , 但要保证方程有实根, 所以选 A.

19. D

**【解析】**由  $S_{17} = S_9$  得到  $S_{26} = 0$ , 对称轴为 13(最大值点), 所以两个条件都充分. 选 D.  
具体计算: 由  $S_{26} = 0$  以及  $S_n$  过原点, 有  $S_n = n(26-n)$ , 得到  $S_{13} = 13 \times 13 = 169$ .

20. E

**【解析】**显然考虑联合.

首先, 不妨设  $a$  是  $a, b, c$  中的最大者, 由题设知  $a > 0$ , 且  $b+c=2-a, bc=\frac{4}{a}$ , 于是  $b$  和  $c$  是一元二次方程  $x^2 - (2-a)x + \frac{4}{a} = 0$  的两实根,  $\Delta = (2-a)^2 - 4 \cdot \frac{4}{a} \geq 0$ , 即  $a \geq 4$ .

其次, 因为  $abc > 0$ , 所以  $a, b, c$  为全大于 0 或一正二负.

若  $a, b, c$  均大于 0, 可得  $a, b, c$  中的最大者不小于 4, 这与  $a+b+c=2$  矛盾.

若  $a, b, c$  为一正二负, 设  $a > 0, b < 0, c < 0$ , 则  $|a| + |b| + |c| = a - b - c = 2a - 2$ , 又  $a \geq 4$ , 则  $2a - 2 \geq 6$ . 当  $a=4, b=c=-1$  时满足题设条件且使得不等式等号成立, 从而最小值为 6, 故选 E.

21. E

**【解析】**由两个条件等价, 即  $AB=3, \angle A = \frac{\pi}{4}$ , 故阴影面积为  $\frac{9}{8}\pi$ , 选 E.



22. A

**【解析】**由条件(1)得 $|xy| + 1 = |x| + |y|$ , 因此 $|xy| - |x| - |y| + 1 = 0$ , 所以 $(|x| - 1) \cdot (|y| - 1) = 0$ , 四条直线所围成的是正方形, 充分;  
由条件(2)得, 所围成的图形是菱形, 不充分. 选 A.

23. C

**【解析】**单独一个条件, 显然推不出. 联合两个条件, 假设甲、乙两校获奖总人数为 110 人, 那么甲校获奖人数为 60 人, 乙校获奖人数为 50 人, 甲、乙两校获二等奖的人数为 66 人, 进一步可以得出甲校获二等奖的人数为 30 人, 选 C.

24. A

**【解析】**条件(1):  $N = C_3^1 \cdot C_4^2 \cdot 2! = 36$ , 充分.

条件(2): 从反面思考,  $N = C_3^3 \cdot 3! - 3! = 54$ , 不充分. 选 A.

25. D

**【解析】**由于总共取 2 个球, 所以事件{至多有一个红球}与事件{至少有一个白球}是等价的, 故取到 1 个红球和 1 个白球, 或者取出 2 个白球. 所以选 D.