2017 密训数学讲义解析

一、问题求解：第 1～15 小题，每小题 3 分，共 45 分.下列每题给出的 A、B、C、D、E 五个选项中，只有一项是符合试题要求的.请在答题卡上将所选项的字母涂黑.

1.【E】可设甲池中有 10 单位水，乙池中有 6 单位水，则水管流速每分钟流出 1 个单位，设 X 分后达到题目要求，有 $\dfrac{\frac{10-x}{10}}{\frac{6-x}{6}}=3$.

2.【D】根据公式 $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ 可知，所求实际为 $a^{2x}-1+a^{-2x}$，代入即可.

3.【D】根据题意整理

$$4a^2+4b^2+4c^2+12\le 4ab+12b+8c-4,$$
$$(4a^2-4ab+b^2)+(3b^2-12b+12)+(4c^2-8c+4)\le 0,$$
$$(2a-b)^2+3(b-2)^2+4(c-1)^2\le 0,\text{解得}a=1,b=2,c=1$$

运用韦达定理即可求解.

4.【B】设哥哥现在 x 岁，“当年”为 m 年前，

	哥哥	弟弟
当年	x-m	30-x-m
现在	x	30-x

根据题目条件，列出关系 $\begin{cases}x=3(30-x-m)\\x-m=30-x\end{cases}$ 即可求解.

5.【A】现有的 3 个球，是第五次拿出其中一半又放回一个球后剩下的，也就是第五次拿之前，有（3-1）*2=4 个，依次往前推，第四次拿之前有 6 个，第三次拿之前有 10 个，第二次拿之前有 18 个，第一次拿之前有 34 个.

6.【E】观察可知两组数据第一组更稳定，方差更小，其平均数为 7，由方差公式可算出.

7.【B】运用待定系数法，$b_n=a_n-1=2(a_{n-1}-1)$，$\{b_n\}$ 为首项为 1，公比为 2 的等差数列，

$a_{2004}-a_{2003}=b_{2004}-b_{2003}=2^{2002}$，观察知 2 的指数幂末位是 2,4,8,6 的循环，故 2002 个末位为 4.

8.【C】甲到乙，速度为 20，中间休息静止不动，乙到甲，速度为 10，由此得出图像.

9.【A】由于 $-1\le x_1\le 1,1\le x_2\le 2$,因此 $f(1)\le 0$,$a-b\ge 1$,

最小距离为圆心（-3,2）到直线 a-b=1 的距离减去半径 1.

10.【C】关系式变换得到$a_n = a_{n-1} + a_1 = a_{n-1} + \frac{1}{4}$，为等差数列，代入$n = 40$在等差公式中求解.

11.【D】题意整理为$-2 \le x_1 \le x_2 < 4$，即 $f(-2) \ge 0$，$f(4) > 0$，代入可求a的范围.

12.【A】由整理，$\frac{1}{1+2^{\lg x}} + \frac{1}{1+2^{\lg\frac{1}{x}}} = 1$，后面几项同理，因此$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$

13.【A】共有$(37+1) \div 2 = 19$行，白瓷砖有$19^2 - 37 = 324$块.

14.【A】$y = k(x-1)+2$，横轴截距为$1-\frac{2}{k}$，纵轴截距为k，截距之和最小时，由均值不等式，

$1-\frac{2}{k} = k$，$\mathrm{k} = -\sqrt{2}$

15.【B】$P = 1-\frac{c_6^4}{c_{10}^4} - \frac{c_6^3}{c_{10}^4} = \frac{23}{42}$

二、条件充分性判断：第16～25小题，每小题3分，共30分.要求判断每题给出的条件（1）和条件（2）能否充分支持题干所陈述的结论.A、B、C、D、E五个选项中，只有一项符合试题要求.

（A）条件（1）充分,但条件（2）不充分;

（B）条件（2）充分,但条件（1）不充分;

（C）条件（1）和（2）充分单独都不充分,但条件（1）和（2）联合起来充分;

（D）条件（1）充分,条件（2）也充分;

（E）条件（1）和（2）单独都不充分,条件（1）和（2）联合起来也不充分.

16.【D】条件（1）等式左边提出x，

将三项分别变换$\frac{1}{1+a+ab} = \frac{abc}{abc+a*abc+ab} = \frac{c}{1+c+ac}$，其他两项同理，

三项合并得$1.X = 2003$，充分;

条件（2）由于根号里数非负，$x \ge 2003, x \le 2003$,因此$x = 2003$，充分.

17.【C】单独显然不充分，考虑联立.设第一组个数为a，第二组个数为b，$a/b = t$

则$\dfrac{12.8a+10.2b}{a+b}=12.02$，$t=7:3$

18.【A】条件（1），设进价为 1，有$\dfrac{m}{1}=20\%$，根据条件（1），$\dfrac{m}{1.25}=16\%$，充分.同时知，条件（2）不充分.

19.【B】运算可知，$f(x)+f(\dfrac{1}{x})=1$，因此$m=3+f(1)=\dfrac{7}{2}$

20.【D】过一点无法作圆的切线表示点在圆内，即$\left(\dfrac{k}{3}+1,\dfrac{k}{4}\right)$

与圆心$(1,0)$的距离小于半径 5，解得$k<12$.条件（1）充分.条件（2）圆方程可化为

$(x+k)^2+y^2=k^2-3k-8$,观察知其与坐标轴相切其实过原点，代入解出$k=-\dfrac{8}{3}$，也充分.

21.【A】圆柱全面积为$2\pi rh+2\pi r^2$，球的表面积$4\pi R^2$，条件（1）$h=2r=2R$，圆柱全面积为$2\pi rh+2\pi r^2=6\pi r^2$，球的表面积$4\pi r^2$，比例为 3:2，充分.条件（2）$h=2\pi r$，由于条件（1）充分，则可知条件（2）不充分.

22.【E】两直线关于$x=1$对称，斜率应互为相反数.$k=-\dfrac{1}{k}$无解，都不充分.

23.【A】P 位于 AB 中垂线上，横坐标比为 2，排除条件（2），将条件（1）P（2,1）代入两点距离公式，PA=PB，充分.

24.【D】由均值不等式，y 取最小值时，$\log_2^x=\log_x^4$，用换底公式转换，$\dfrac{\lg x}{\lg 2}=\dfrac{2\lg 2}{\lg x}$,$\lg^2 x=2\lg^2 2$，

由于$x>1$,所以$lgx>0$,因此$\lg x=\sqrt{2}\lg 2, x=2^{\sqrt{2}}=\sqrt{2}^{2\sqrt{2}}$

25.【B】条件（1）$P=1-0.5*0.4*0.1-0.6*0.5*0.1-0.9*0.5*0.4\text{-}0.1*0.5*0.4$,不充分.条件（2）$P=\dfrac{1}{c_3^2}(0.5*0.6+0.6*0.9+0.9*0.5)=0.43$充分.