2014 基础班数学讲义详解 by 陈剑

第七章详解

例 1

【解析】点 C 是 AB 的中点，根据中点坐标公式：

则有 $\begin{cases} 1 = \dfrac{1}{2}(x-2) \\ 1 = \dfrac{1}{2}(5+y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases}$，故选 A.

例 2

【解析】设点 B 的坐标为 (x,x)，根据题意有 $\sqrt{(x+4)^2+(x-8)^2}=12$，解得 $x=-4$ 或 $x=8$，故选 D.

例 3

【解析】直线 MN 的方程为 $y+5=\dfrac{2+5}{1+1}(x+1)$，即 $7x-2y-3=0$，故点 C 到直线 MN 的距离为 $\dfrac{|2\times 7+2\times 3-3|}{\sqrt{7^2+(-2)^2}}=\dfrac{17}{\sqrt{53}}=\dfrac{17\sqrt{53}}{53}$，选 A.

例 4

【解析】设点 C 坐标为 (x,y)，则有 $\sqrt{(x-2)^2+y^2}=\sqrt{(x-5)^2+(y-3\sqrt{3})^2}=\sqrt{(5-2)^2+(3\sqrt{3})^2}$，解得 $\begin{cases} x=8 \\ y=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=3\sqrt{3} \end{cases}$，选 D.

例 5

【解析】条件(1)中，$y=\dfrac{9}{4}x$，即 $9x-4y=0$. 点 A 到直线的距离 $d_A=\dfrac{|27-16|}{\sqrt{9^2+4^2}}=\dfrac{11}{\sqrt{97}}$，点 B 到直线的距离 $d_B=\dfrac{|18+4|}{\sqrt{9^2+4^2}}=\dfrac{22}{\sqrt{97}}=2d_A$，条件(1)充分.

条件(2)中，$y=\dfrac{7}{8}x$ 即 $7x-8y=0$. 点 A 到直线的距离 $d_A=\dfrac{|21-32|}{\sqrt{7^2+8^2}}=\dfrac{11}{\sqrt{113}}$.

点 B 到直线的距离 $d_B=\dfrac{|14+8|}{\sqrt{7^2+8^2}}=\dfrac{22}{\sqrt{113}}=2d$. 条件(2)充分. 故选 D.

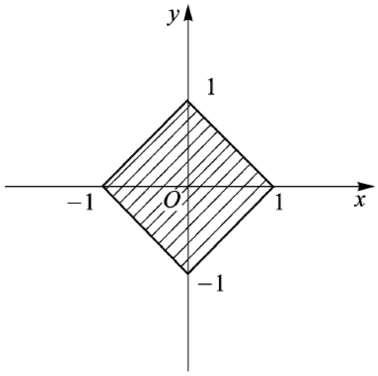
例 6

【解析】条件(1)，由 $bc<0$ 知，$b\neq 0$，有 $y=-\dfrac{a}{b}x+\dfrac{-c}{b}$，$-\dfrac{a}{b}\leqslant 0$，$\dfrac{-c}{b}>0$，当 $a\neq 0$ 时，直线不过第三象限，当 $a=0$ 时，直线过第一、二象限，不过第三象限，充分；同理，条件(2)，$-\dfrac{a}{b}<0$，$c<0$，而 $\dfrac{-c}{b}$ 不确定，不充分. 故选 A.

例 7

【解析】$x^2+y^2+4mx-2y+5m=0\Rightarrow(x+2m)^2+(y-1)^2=4m^2+1-5m$，只要 $4m^2+1-5m>0$ 即可，得 $m<\dfrac{1}{4}$ 或 $m>1$，选 B.

例 8



【解析】如图所示，曲线可化成为 $\pm x \pm y = 1$，表示一个边长为 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ 的正方形，故面积为 $(\sqrt{2})^2 = 2$，故选 C.

例 9

【解析】根据绝对值的定义，$|x|+|2y|=4$ 表示一个菱形，其面积为 $S=\frac{2\times 4^2}{2}=16$，选 C.

例 10

【解析】设直线方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，则有 $\begin{cases}\frac{1}{2}|ab|=2\\|a-b|=3\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=-1\\b=-4\end{cases}$，或 $\begin{cases}a=4\\b=1\end{cases}$，或 $\begin{cases}a=1\\b=4\end{cases}$，或 $\begin{cases}a=-4\\b=-1\end{cases}$，共有 4 条直线，选 D.

例 11

【解析】设圆心为 $(x_0,0)$，圆的方程为 $(x-x_0)^2+(y-0)^2=r^2$，M 在圆上，则 $\begin{cases}(x+1)^2+1=r^2\\(x-1)^2+9=r^2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=2\\r=\sqrt{10}\end{cases}$，故圆的方程为 $(x-2)^2+y^2=10$，即 $x^2-4x+y^2-6=0$. 选 E.

例 12

【解析】条件(1)，当 $m=\frac{1}{2}$ 时，两直线的斜率分别为 $-\frac{5}{3}$、$\frac{3}{5}$，有 $-\frac{5}{3}\times\frac{3}{5}=$.
相垂直；条件(2)，当 $m=-2$ 时，两直线分别为平行于 x 轴、y 轴的直线，显然是垂直的
D.

例 13

【解析】如图所示，$k_{PA}=\frac{-3-1}{2-1}=-4$，$k_{PB}=\frac{-2-1}{-3-1}=\frac{3}{4}$. 从 k_{PA} 到 k_{PB} 斜率的取值范围必须以斜率不存在(直线 $x=1$)为界限分开考虑. 斜率为负值时，从 PA 开始直线倾角越来越小，斜率也越来越小，$k\leqslant -4$. 斜率为正值时，从 PB 开始直线倾角越来越大，斜率也越来越大，$k\geqslant\frac{3}{4}$. 直线 L 的斜率的取值范围是 $k\geqslant\frac{3}{4}$ 或 $k\leqslant -4$. 选 A.