

## 2014 基础班数学讲义详解 by 陈剑

## 第一章详解

## 例 1

【解析】首先求出不超过 15 的质数为:2,3,5,7,11,13,然后根据平均数的公式:

$$\frac{2+3+5+7+11+13}{6} = 6.83 \approx 7, \text{从而选 B.}$$

## 例 2

【解析】20 以内的质数有 2,3,5,7,11,13,17,19,由于大于 2 的质数一定为奇数,要保证两数之和还是质数,则必须有一个为偶数 2,所以另一个可能为 3,5,11,17. 共有 4 种情况,选 C.

## 例 3

【解析】根据题意得到:左 $\times$ 3+右 $\times$ 4=29(奇数),可以得到:右=(29-左 $\times$ 3)/4 为整数,所以当左手中的石子数为 3 或 7 时,才能整除,得到右手中的石子数为 5 或 2. 因为 2 和 5 都是质数,从而选 A.

## 例 4

【解析】根据题意得到同学的排列规律:……男男女女男男女女……,也就是说有偶数个男生和偶数个女生,并且男生的人数等于女生的人数,所以全班人数一定是 4 的倍数,从而选 A.

## 例 5

【解析】由于三个数分别能被 7、8、9 整除,而且商相同,所以可设这三个数分别是  $7n, 8n, 9n$ . 又由于三个数的和是 312,可得  $7n+8n+9n=312$ ,解得  $n=13$ ,故最大的数与最小的数相差 26. 所以选 E.

## 例 6

【解析】奇数有 1,3,5,7,9,如果选中 1,3,5,7 组成四位数,则无法被 3 整除;如果选中 1,3,5,9 组成四位数,只要 5 放在个位,则均能满足题干,所以有 6 个;同理,其他均不满足,因此共有 6 个数,选 E.

## 例 7

【解析】根据结论:两个数的最大公约数与最小公倍数的乘积等于这两数的乘积,则它们的最大公约数与最小公倍数的乘积为  $6 \times 90 = 540$ ,则乙数为  $540 \div 18 = 30$ . 故乙的各个数位之和为 3,所以选 B.

## 例 8

【解析】首先求出三人时间的最小公倍数: $[90, 80, 72] = 720$ (秒),则每人跑的圈数为:

甲跑了: $720 \div 90 = 8$ (圈),乙跑了: $720 \div 80 = 9$ (圈),丙跑了  $720 \div 72 = 10$ (圈),所以三人跑的圈数之和为  $8+9+10=27$ (圈),所以选 A.

## 例 9

【解析】根据非负性质,得到

$$\begin{cases} x-y+1=0 \\ 2x-y=0 \end{cases}, \therefore \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}, \text{得到 } \log_2 1 = 0, \text{选 B.}$$

## 例 10

【解析】将原式变形为  $(x+2y)^2 + y^2 + \sqrt{x+\frac{1}{2}} + 2y+1=0$ , 配方得到  $(x+2y)^2 + (y+1)^2 + \sqrt{x+\frac{1}{2}} = 0$ , 再根据非负性质,

$$\begin{cases} x+\frac{1}{2}=0 \\ y+1=0 \\ x+2y=0 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=-1 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\text{则 } (4x-10y)^{\frac{1}{2}} = (4 \times 2 + 10)^{\frac{1}{2}} = 18^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{18}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

从而选 C.

## 例 11

【解析】根据  $\frac{a}{|a|} + \frac{|b|}{b} + \frac{c}{|c|} = 1$ , 得到  $a, b, c$  中两正一负. 不妨令  $a > 0, b > 0, c < 0$ , 代入  $(-1) \div (\frac{ab}{|ab|} \cdot \frac{bc}{|bc|} \cdot \frac{ac}{|ca|}) = -1$ , 从而选 B.

## 例 12

【解析】由  $\frac{x}{y} = 3$  得到:  $x = 3y$ , 则  $\frac{4|y|}{2y} = \frac{2|y|}{y} = \begin{cases} 2 & y > 0 \\ -2 & y < 0 \end{cases}$ , 故选 C.

## 例 13

【解析】这是典型的比例问题, 可利用比例系数去求解. 由已知有  $\frac{x}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z}{6} = k$ , 即

$$\begin{cases} x = \frac{1}{4k} \\ y = \frac{1}{5k} \Leftrightarrow \frac{1}{4k} + \frac{1}{5k} + \frac{1}{6k} = 74 \Leftrightarrow k = \frac{1}{120} \text{ 代入 } y = \frac{1}{5k} = \frac{120}{5} = 24, \text{ 从而选 A.} \\ z = \frac{1}{6k} \end{cases}$$

## 例 14

【解析】根据题目得到  $y_1 = \frac{k_1}{\frac{1}{2x^2}} = 2k_1x^2, y_2 = \frac{3k_2}{x+2}$ , 得到  $y = 2k_1x^2 - \frac{3k_2}{x+2}$ , 根据

过  $(0, -3)(1, 1)$  点, 列出方程组

$$\begin{cases} -3 = -\frac{3}{2}k_2, \\ 1 = 2k_1 - \frac{3 \cdot 2}{3} = 2k_1 - 2 \end{cases}, \text{ 解出 } k_1 = \frac{3}{2}, k_2 = 2, \text{ 从而 } y = 3x^2 - \frac{6}{x+2}, \text{ 选 B.}$$

## 例 15

【解析】由题意得到  $\sqrt[3]{1(x-2)x} = \frac{4+5-3}{3} \Rightarrow x = -2$  或  $x = 4$ , 但  $x = -2$  要舍掉, 选 B.

## 例 16

【解析】根据题目得到  $x = y = 2$ , 从而  $\frac{1}{\sqrt{x}}$  的  $\frac{1}{\sqrt{y}}$  几何平均值为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 从而选 D.